

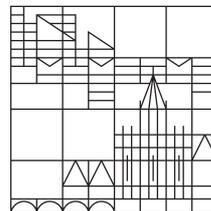
Konstruktion und Optimierung von Halbach Magnet Arrays

Bachelorarbeit

vorgelegt von
Fynn Lasse Renner

an der

Universität
Konstanz



Mathematisch-Naturwissenschaftliche Sektion
Fachbereich Physik

Gutachter: Prof. Dr. Sebastian T.B. Gönnenwein

Konstanz, 2022

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| Formelzeichenverzeichnis | II |
| Abkürzungsverzeichnis | IV |
| 1 Einführung, Geschichte und Überblick | 1 |
| 1.1 Formen von Halbach-Arrays | 3 |
| 1.1.1 Halbach-Zylinder | 3 |
| 1.1.2 Halbach-Sphäre | 4 |
| 1.2 Forschungsüberblick | 6 |
| 1.2.1 Gestapelte Halbach-Zylinder | 6 |
| 1.2.2 Öffenbarer Halbach-Zylinder | 7 |
| 1.2.3 Einstellbare Feldstärke | 7 |
| 1.2.4 Maximale Feldstärke in Halbach-Zylindern | 8 |
| 1.3 Neodym-Eisen-Bor-Magneten | 9 |
| 2 Simulation und Vermessung von selbsterstellten Halbach-Zylindern | 11 |
| 2.1 Simulationen: Magpylib 4 und Halbach-Klasse | 11 |
| 2.2 Herstellung von Halbach-Zylindern | 12 |
| 2.3 Vermessung der selbstgebauten Halbach-Zylinder | 13 |
| 2.3.1 3D-Verschieber | 13 |
| 2.3.2 Hallsonde | 15 |
| 2.3.3 Kalibratoren | 16 |
| 3 Entwurf eines Halbach-Zylinders für ultraschnelle Spinrausch-Spektroskopie | 18 |
| 3.1 Entwicklung und Konstruktion des ultraschnelle Spinrausch-Spektro- skopie (SNS)-Halbach-Zylinders | 18 |
| 3.2 Messung und Simulation der Magnetfelddichte | 20 |
| 3.2.1 Homogenität des SNS-Halbachs | 20 |
| 3.2.2 Vergleich zur Simulation | 21 |
| 3.3 Streufeld des SNS-Halbachs | 24 |
| 4 Veränderbare Magnetfeldstärke durch Kombination mehrerer Halb- ach-Zylinder | 26 |
| 4.1 Charakterisierung des Magnetfelds eines einzelnen Halbach-Zylinders | 27 |
| 4.2 Bestimmung der Abstandsabhängigkeit der Magnetfeldstärke einer Konfiguration aus zwei Halbach-Zylindern | 29 |
| 4.2.1 Versuchsaufbau | 29 |
| 4.2.2 Messungen des Magnetfelds bei verschiedenen Abständen der Halbach-Zylinder B und F | 29 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4.2.3 | Bestätigung der Untersuchungen von Soltner und Blümli . . . | 31 |
| 4.3 | Simulation der dreidimensionalen Magnetfeldverteilung einer Drei- Halbach-Konfiguration | 35 |
| 4.3.1 | Eigenschaften der Drei-Halbach-Konfiguration | 35 |
| 4.3.2 | Magnetische Flussdichte im Nahbereich des Zentrums | 36 |
| 4.3.3 | Magnetfelddichte in Abhängigkeit der Entfernung vom Ursprung | 38 |
| 5 | Fazit | 42 |
| | Literaturverzeichnis | 43 |
| A | Güteklassen von Neodym-Eisen-Bor-Magneten | 45 |
| B | Magnetische Flussdichte des SNS-Halbachs | 46 |

Formelzeichenverzeichnis

| | | |
|---|----|---|
| α | ° | Verdrehwinkel |
| $\alpha_{l,max}$ | ° | Verdrehwinkel bei der maximalen Flussdichte für $l \in \{x, y, z\}$ |
| β_n | ° | Polarwinkel |
| B | mT | Magnetische Flussdichte |
| $\langle B_{diff} \rangle$ | mT | Mittelwert der absoluten Differenzen von zwei magnetischen Flussdichten |
| B_{in} | mT | Magnetische Flussdichte des inneren Rings |
| B_{out} | mT | Magnetische Flussdichte des äußeren Rings |
| B_{rem} | mT | Remanenzflussdichte |
| B_{total} | mT | Überlagerte magnetische Flussdichte |
| $B_x / B_y / B_z$ | mT | Magnetische Flussdichte in der $x/y/z$ -Komponente |
| $B_{xz,diff}$ | mT | Differenz der simulierten und gemessenen magnetischen Flussdichten in einer x - z -Ebene |
| $B_{xz,simu} / B_{xz,mess}$ | mT | Simulierte/Gemessene magnetische Flussdichte in einer x - z -Ebene |
| $B_{z,simu}$ | mT | Simulierte magnetische Flussdichte in der z -Komponente |
| $B_{z,korr}$ | mT | Simulierte und dann korrigierte magnetische Flussdichte in der z -Komponente |
| $B_{z,simu,max}^{single} / B_{z,mess,max}^{single}$ | mT | Maximum der simulierten/gemessenen magnetischen Flussdichte des einzelnen Halbach-Zylinder in der z -Komponente |
| $B_{z,mess}$ | mT | Gemessene magnetische Flussdichte in der z -Komponente |
| $B_{z,mitte}$ | mT | Gemessene magnetische Flussdichte im Mittelpunkt zweier Halbach-Zylinder in der z -Komponente |

| | | |
|------------------------------|-----------------|--|
| $B_{x,min}$ | mT | Minimum der magnetischen Flussdichte in der x -Komponente |
| $B_{y,max}$ | mT | Maximum der magnetischen Flussdichte in der y -Komponente |
| B_l^α | mT | Magnetische Flussdichte bei dem Verdrehwinkel α in der Komponente l |
| $B_{l,max}^\alpha$ | mT | Maximum der magnetische Flussdichte in der Komponente l über alle α |
| η | | Korrekturverhältnis zwischen simulierter und gemessener magnetischer Flussdichte |
| γ_n | ° | Magnetisierungswinkel |
| h | mm | Höhe eines Halbach-Zylinders |
| \vec{H} | $\frac{A}{m}$ | Magnetische Feldstärke |
| \vec{H}_{ext} | $\frac{A}{m}$ | Externe magnetische Feldstärke |
| i | mm | Abstand vom Zentrum |
| $\vec{j}_{frei} / \vec{j}_M$ | $\frac{A}{m^2}$ | elektrische Stromdichte freier/gebundener Ladungen |
| k | | Ordnung eines Halbach-Zylinders |
| κ | | Korrekturverhältnis zwischen simulierter und gemessener magnetischer Flussdichte |
| l | | Variable für x , y und z |
| \vec{M} | $\frac{A}{m}$ | Magnetisierung |
| μ_0 | $\frac{N}{A^2}$ | Magnetische Feldkonstante |
| Ω | % | Prozentuale Abweichung |
| φ_0 | ° | Nullphasenwinkel |
| \vec{r} | mm | Ortsvektor |
| r_i | mm | Innenradius |
| r_a | mm | Außenradius |
| r | mm | Magnetradius |

| | | |
|--------------|----|--|
| s | mm | Abstand zwischen den Außenkanten |
| s_0 | mm | Mindestöffnungsbreite |
| s_{hom} | mm | Abstand für ein homogenes Magnetfeld |
| Δs_i | mm | Abstand des i -ten Halbach-Zylinders in einer gestapelten Konfiguration vom Ursprung |
| θ | ° | Verdrehwinkel |
| x | | x -Achsenwert bzw. x -Achse |
| y | | y -Achsenwert bzw. y -Achse |
| z | | z -Achsenwert bzw. z -Achse |

Abkürzungsverzeichnis

| | |
|-------------------|--|
| NMR | Kernspinresonanzspektroskopie |
| Neodym | Neodym-Eisen-Bor |
| Magpylib 4 | Magpylib 4 (development version) |
| PLA | Polylactid-Filament |
| CNC | Computerized Numerical Control |
| SNS | ultraschnelle Spinrausch-Spektroskopie |

1 Einführung, Geschichte und Überblick

Für viele Experimente ist ein homogenes Magnetfeld \vec{H} notwendig. Typischerweise wird dieses im Labor mit stromdurchflossenen Spulen erzeugt. Hierbei nutzt man aus, dass nach dem Maxwellschen Durchflutungsgesetz

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_{\text{frei}} \quad (1.1)$$

bewegte Ladung von einem Magnetfeld umgeben ist. Zudem können die magnetischen Momente aus Atomen bestehen durch ein äußeres Magnetfeld \vec{H}_{ext} beeinflusst werden. Ohne \vec{H}_{ext} kompensieren sich die Momente im Mittel. Ist ein \vec{H}_{ext} vorhanden, so richten sich die magnetischen Momente aus und es entsteht eine Magnetisierung \vec{M} . Diese Effekt kann man durch Magnetisierungsströme \vec{j}_M aus gebundenen Ladungsträgern beschreiben:

$$\text{rot } \vec{M} = \vec{j}_M \quad (1.2)$$

Eine verbreitete Anwendung dieses Effekts sind Elektromagnete mit Eisenjoch. Die Magnetisierung im Eisenjoch verstärkt das mit einer Spule bereitgestellte Feld und erreicht so Flussdichten von 2 T bis 3 T.

Die stärksten zerstörungsfrei hergestellten Felder werden durch Bitter-Magnete und supraleitende Spulen erzeugt. Während das stärkste ständige Magnetfeld eine Stärke von 45 T besitzt, kann für kurze Zeit ein Feld von 100 T erzeugt werden [15, 12].

Durch die Interaktion von Magnet und Materie können jedoch auch nicht erwünschte Effekte entstehen, wenn z.B. Teile eines Versuchsaufbaus wie Halterungen magnetisiert werden. Außerdem ist eine ständige Zufuhr von elektrischer Energie notwendig, um das Magnetfeld in einer Spule oder Elektromagneten aufrecht zu erhalten. Es gibt jedoch auch Materialien, die ihre Magnetisierung nach dem Abschalten von \vec{H}_{ext} behalten. Diese werden Permanentmagneten genannt.

1970 stellte John C. Mallinson theoretische Überlegungen zu linearen Anordnungen von Permanentmagneten vor [13]. In dieser Arbeit wird beschrieben, dass bei gewissen Konfigurationen von Permanentmagneten das überlagerte Magnetfeld auf einer Seite verschwindet. Dieses Konzept wurde später als Halbach-Array bekannt. In Abbildung 1 ist eine Simulation (weitere Details hierzu in Abschnitt 2.1) eines solchen Arrays zu sehen. Angewendet hat Mallinson dieses Prinzip zur Beschreibung von Magnetbändern wie Kassetten oder Floppy-Disks. Eine weitere bekannte Nutzung sind hochwertige Kühlschrankschrankmagnete, diese haften so nur auf einer Seite.

Im Jahre 1980 entwarf Klaus Halbach ein Bauteil bestehend aus sechzehn Permanentmagneten, um in einem Teilchenbeschleuniger Partikel zu fokussieren [8, 7]. Die Magneten bestanden aus einer Mischung von Seltenen Erden und Cobalt. Sie sind trapezförmig und haben unterschiedlich gerichtete Magnetisierungen. In Abbildung 2 ist die originale Skizze zu sehen. Dieses Konzept wird Halbach-Zylinder genannt. Weiterhin verwendete Klaus Halbach das von Mallinson entwickelte Prinzip

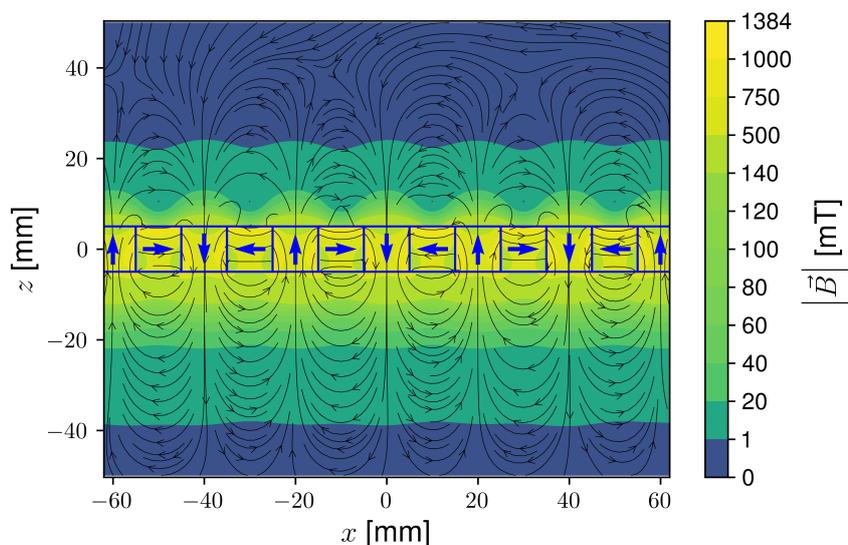


Abbildung 1 Simulation eines unendlich langen linearen Halbach-Arrays. Die blauen Pfeile markieren die Magnetisierungen $\mu_0 \vec{M} = 1 \text{ T}$ der einzelnen würfelförmigen Permanentmagnete mit jeweils einer Kantenlänge von 10 mm. Auf der Unterseite ist das Magnetfeld sehr stark, während es auf der Oberseite schnell abschwächt.

des linearen Halbach-Arrays, um Synchrotronlicht durch zickzack-Bewegungen von Elektronen, die sich nahezu mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, in starken Magnetfeldern zu erzeugen [7]. Durch diese Publikation wurden Arrays aus Permanentmagneten unter dem Namen Halbach-Array bekannt. Seit 1980 werden in Wissenschaft und Industrie solche Halbach-Arrays systematisch zur Erzeugung von verschiedenen Magnetfeldern verwendet bzw. weiterentwickelt.

Ein interessantes Anwendungsgebiet für Halbach-Arrays ist z.B. die mobile Kernspinresonanzspektroskopie (NMR). Dipolartige Halbach-Arrays bieten für mobile NMR-Spektroskopien¹ eine einfache und ressourcenarme Möglichkeit, dass dafür benötigte homogene Magnetfeld zu erzeugen. In diesem Forschungsbereich wurden einige auch für andere Anwendungen interessante Artikel veröffentlicht [18, 20, 22], welche für diese Bachelorarbeit relevant sind.

¹aus dem Englischen *nuclear magnetic resonance spectroscopy*

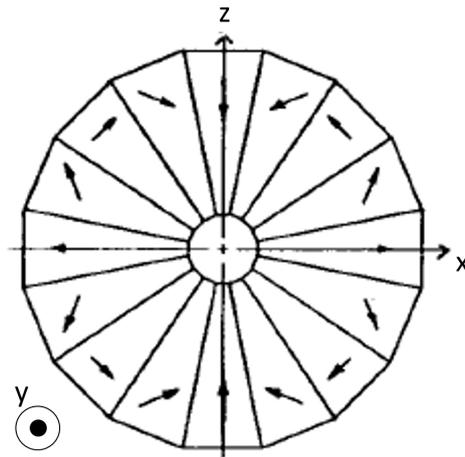


Abbildung 2 Das von Klaus Halbach entworfene Bauteil mit einem Quadrupolfeld aus Selten Erd-Cobalt-Permanentmagneten. Die Pfeile stellen die Magnetisierungen \vec{M} der keilförmigen Magneten dar. Entnommen aus [8]

1.1 Formen von Halbach-Arrays

Neben linearen Halbach-Arrays und Halbach-Zylindern gibt es Halbach-Sphären. Alle hier diskutierten Anordnungen besitzen eine dreidimensionale räumliche Ausdehnung. Dreidimensional meint hier, dass die Orientierung der verwendeten Magneten von drei räumlichen Koordinaten abhängig sein kann. So hängt die Orientierung der Permanentmagneten bei dem linearen, eindimensionalen Halbach-Array in Abbildung 1 nur von der x -Achse, in einem Halbach-Zylinder von dem Polarwinkel β_n und in einer Halbach-Sphäre von β_n und dem Azimut θ ab.

Im Folgenden werden die einzelnen Formen vorgestellt.

1.1.1 Halbach-Zylinder

Bei einem Halbach-Zylinder der Ordnung k (siehe Abbildung 3) hängen die Magnetisierungsrichtungen von dem Polarwinkel² β_n nach der Gleichung (1.3) ab. Halbach-Zylinder bilden je nach Ordnung verschiedene Felder aus. Neben homogenen Magnetfeldern sind auch Gradientenfelder möglich. In Abbildung 3 sind die verschiedenen Konfigurationen (bzw. Ordnungen k) mit den dazugehörigen Magnetfeldern schematisch dargestellt. Die Ordnung k gibt die Art des entstehenden Feldes an. Homogene Dipolfelder werden als $k = 1$ bezeichnet. Ein Quadrupolfeld hat eine Ordnung $k = 2$. Das Vorzeichen von k gibt an, ob das Feld innerhalb (+) oder außerhalb (-) des Zylinders ist.

In Abbildung 4 ist dargestellt, mit welchen Größen ein Halbach-Zylinder üblicherweise beschrieben wird. Der Winkel der Magnetisierung γ_n ist abhängig von der

²Dieser entspricht bei einem festgelegten Radius r zweidimensionalen Koordinaten

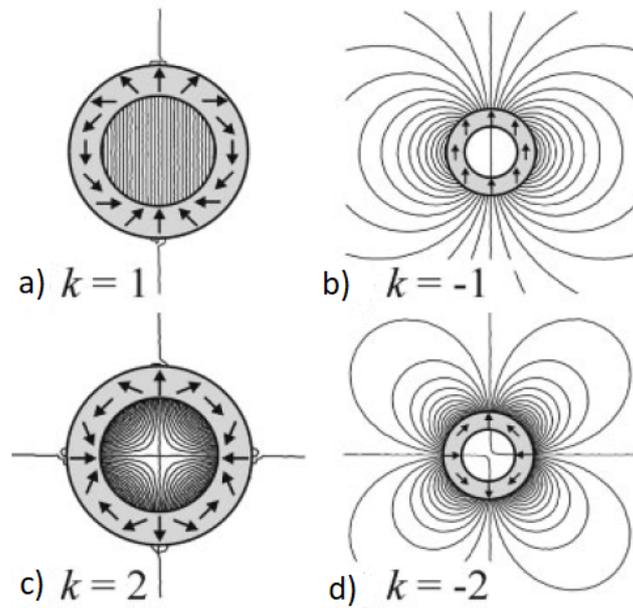


Abbildung 3 Die Magnetisierungen \vec{M} (kurze Pfeil) und Magnetfelder (dünne Linien) für verschiedene Halbach-Zylinder in Abhängigkeit ihrer Ordnung k . Verändert übernommen aus [18].

Ordnung k und dem Positionswinkel β_n , entsprechend Gleichung [18]:

$$\gamma_n = (1 + k)\beta_n \quad (1.3)$$

So ergeben sich die Magnetisierungen \vec{M} für die verschiedenen in Abbildung 3 gezeigten Konfigurationen. Halbach-Zylinder besitzen immer ein in der Ebene des Zylinders (senkrecht zur Zylinderachse) liegendes Magnetfeld \vec{H} .

1.1.2 Halbach-Sphäre

Die Magneten der dreidimensionalen Halbach-Sphäre in Abbildung 5 haben noch eine Winkelabhängigkeit mehr als Halbach-Zylinder, den Azimut. Der Querschnitt der Halbach-Sphäre (Abbildung 5) ist rotations-symmetrisch um die vertikale z -Achse. Diese Struktur bietet auf sehr kleinem Raum ein sehr hohes Magnetfeld, da keine Randeefekte auftreten. Eine Halbach-Sphäre ist jedoch schwieriger zu bauen als ein Halbach-Zylinder und ermöglicht nur einen eingeschränkten Zugang zum Magnetfeld im Inneren. Da für viele Experimente in der Arbeitsgruppe Gönnerwein starke (homogene) Magnetfelder mit großzügigem Zugang zu \vec{H} besonders interessant sind, werden in dieser Arbeit nur Halbach-Zylinder betrachtet.

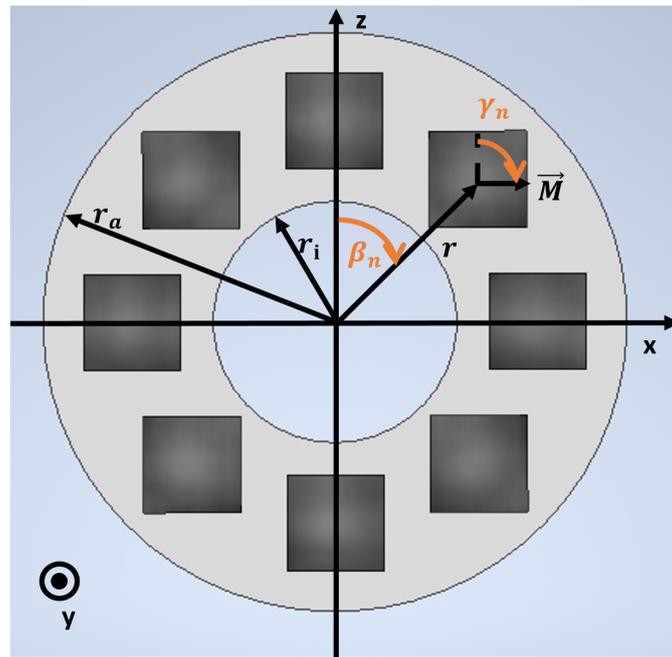


Abbildung 4 Skizze eines Halbach-Zylinders mit dem inneren r_i und äußeren r_a Radius und dem Positionswinkel β_n der Magneten. Ihre Orientierungswinkel γ_n werden abhängig von der Ordnung k nach Gleichung (1.3) bestimmt.

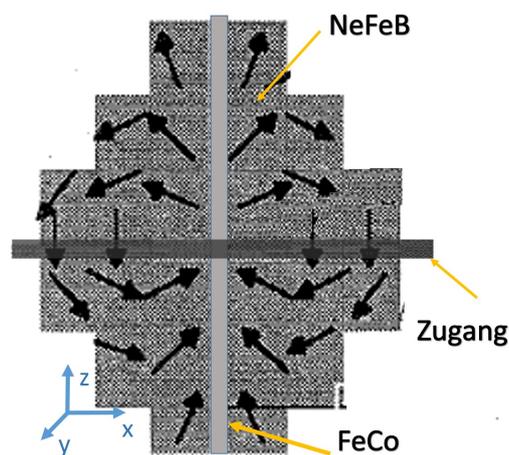


Abbildung 5 Struktur einer Halbach-Sphäre, verändert übernommen aus [3] mit den Magnetisierungen \vec{M} . Abgebildet ist der Querschnitt der Sphäre, das hellgraue Rechteck entlang der z -Achse ist ein Eisen-Kupfer-Inlay zur Verstärkung des Feldes.

1.2 Forschungsüberblick

Ziel dieses Abschnitts ist es einen Überblick über die bisher in der Literatur diskutierten Konfigurationen von Permanentmagneten unter der Nutzung des Konzepts von Halbach-Arrays zu geben. Besondere Aufmerksamkeit gilt hierbei den zweidimensionalen Halbach-Zylindern mit $k = 1$, welche ein homogenes Dipolfeld in ihrer Mitte erzeugen, siehe Abbildung 3. Es werden verschiedene bauliche Möglichkeiten vorgestellt, um die Zylinder aufzuklappen, einen optischen Zugang zu ermöglichen und die Feldstärke einzustellen.

Die Vorteile von Halbach-Konfigurationen bestehen in der guten Ausnutzung des zur Verfügung stehenden magnetisierten Volumens, dem geringen Streufeld, ihrer mechanischen Robustheit und darin, dass ihr \vec{H} -Feld nicht von Strom- oder Energiezufuhr abhängig ist. Außerdem sind sie kostengünstig herzustellen. Die Magneten müssen jedoch magnetisiert in das Array eingesetzt werden. Hierbei entstehen große Kräfte.

Zuletzt werden noch die verwendeten Neodym-Eisen-Bor-Magneten kurz vorgestellt.

1.2.1 Gestapelte Halbach-Zylinder

Die räumliche Ausdehnung des Magnetfeldes entlang der Zylinderachse eines Halbach-Zylinders ist beschränkt durch die Höhe der Magneten. Muss dieses Feld über eine größere Länge zur Verfügung stehen, so können mehrere identische Halbach-Zylinder übereinandergestapelt werden. In [20] sind analytische und numerische Berechnungen zu dem Magnetfeld entlang der Zylinderachse bei verschieden geformten (Würfel, Hexagon und Zylinder) Magneten zusammengestellt. In Abbildung 6 wird

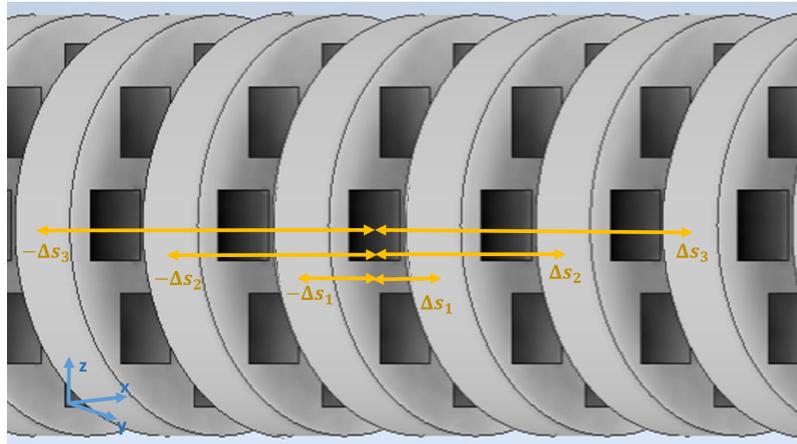


Abbildung 6 Unendlich lang gestapelter Halbach-Zylinder.

ein unendlich langer Halbach-Stapel gezeigt. So wird das ideale Verhältnis vom Abstand Δs_i zwischen den einzelnen Zylindern zum Radius r , siehe Abbildung 4, von $\Delta s_i = 0.53 r$ gefunden. Zudem wird dieser Abstand auch für endliche Halbach-Stapel berechnet und für verschiedene Homogenitätskonstanten verglichen. Bei einer endlichen Anzahl von aufeinandergestapelten Halbach-Zylindern unterscheiden sich

die einzelnen Abstände Δs_i . Stapelt man exakt zwei Halbach-Zylinder so ergibt eine analytische Rechnung den idealen Abstand $2 \cdot \Delta s_1 = 2 \cdot 0.408 r$.

1.2.2 Öffenbarer Halbach-Zylinder

Um eine NMR-Spektroskopie einer lebenden Pflanze machen zu können, entwickelten Carel W. Windt et al. einen öffenbarer Halbach-Zylinder [22]. Sie zeigen analytisch, dass ein idealer Halbach-Zylinder bei einer um 35.254° von der Magnetfeldachse verdrehten Gerade kraftfrei geöffnet werden kann. Zudem konstruieren sie einen gestapelten Halbach-Zylinder mit den Ergebnissen aus [20]. Hierbei wird jedoch ein Öffnungswinkel von 45° genutzt, da dieser, bei dem dort verwendeten Halbach-Zylinder, einfacher herzustellen ist.

1.2.3 Einstellbare Feldstärke

Das Verändern der von Halbach-Zylindern erzeugten Magnetfeldstärke erfolgt über die Lageveränderung von zwei oder mehr Halbach-Zylindern zueinander. Dies können Translations- oder Rotationsbewegungen sein. Das überlagerte Feld verändert sich je nach Stellung der Halbach-Zylinder zueinander und kann durch einfache vektorielle Addierung berechnet werden. Die maximale Stärke des resultierenden Feldes ist dabei natürlich abhängig von den einzelnen Halbach-Zylindern.

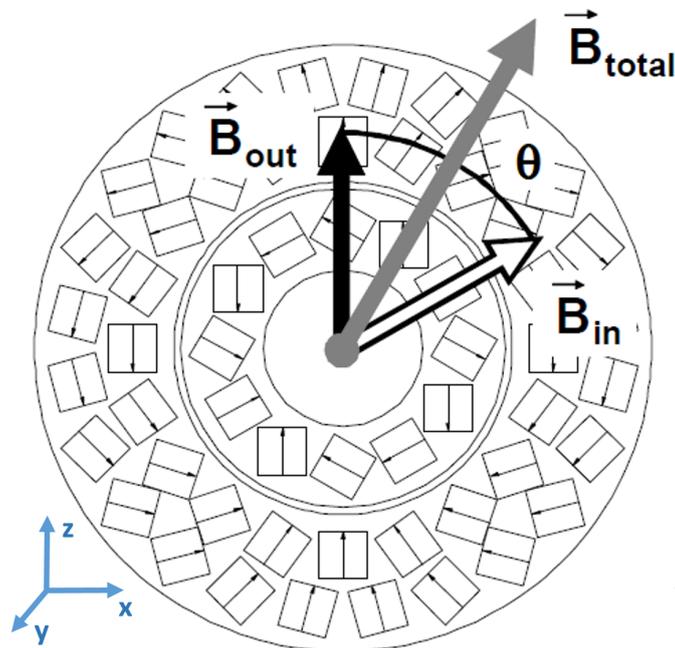


Abbildung 7 Zwei verschachtelte $k = 1$ Halbach-Zylinder. Der innere Zylinder erzeugt das Feld \vec{B}_{in} , der äußere das Feld \vec{B}_{out} . \vec{B}_{in} ist um θ gegenüber \vec{B}_{out} verdreht. Der überlagerte Feldvektor heißt \vec{B}_{total} und verändert seine Richtung mit dem Winkel θ . Verändert entnommen aus [1].

In Abbildung 7 ist eine Konfiguration, mit der die Feldstärke eingestellt werden kann, dargestellt [1]. Es werden zwei konzentrische Halbach-Zylinder in der gleichen Ebene gegeneinander verdreht. So liegt der überlagerte Feldvektor \vec{B}_{total} erneut in der gleichen Ebene wie die \vec{B}_{in} und \vec{B}_{out} des inneren und äußeren Zylinders. Bei dieser Bauweise ist die Ausdehnung in der x - z -Ebene groß, dafür in y -Richtung schmal. Entlang y kann diese Konfiguration nahezu beliebig lang als gestapelter Halbach-Zylinder ausgeführt werden. Da die Feldstärke im Zentrum mit größerem Innenradius r_i abnimmt, muss jedoch besonders der äußere Halbach-Zylinder bei größeren Feldstärken sehr groß werden, um das Feld über die gesamte Feldstärke verstellen zu können. Dass die Feldstärke mit der Entfernung von der Quelle abnimmt, kann auch genutzt werden, um die Feldstärke zu variieren. In Abschnitt 4.2 nutzen wir den Abstand zwischen zwei entlang der Zylinderachse gestapelten Halbach-Zylindern, um eine veränderliche Feldstärke zu realisieren.

Ein anderer, in Abschnitt 4.3 vorgestellter Ansatz ist, drei Halbach-Zylinder zu stapeln und die beiden äußeren gemeinsam gegen den mittleren zu verdrehen. Auch hier bleibt das überlagerte \vec{H} -Feld in der Ebene des mittleren Zylinders. Durch den geringeren Außenradius r_a aller drei Halbach-Zylinder können bei verhältnismäßig geringem Durchmesser der Gesamtkonstruktion größere Feldstärken im zentralen Volumen geschaffen werden. Außerdem kann die Feldstärke deutlich erhöht und das Volumen an Permanentmagnet-Material verringert werden. Jedoch beschränkt sich das nutzbare Volumen auf das des inneren Halbach-Zylinders.

1.2.4 Maximale Feldstärke in Halbach-Zylindern

Die maximale Feldstärke im Zentrum eines $k = 1$ Dipol-Halbach-Zylinders ist gegeben durch

$$\vec{B} = \vec{B}_{rem} \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right) \quad (1.4)$$

wobei hier $\vec{B}_{rem} = \mu_0 \vec{M}$ entspricht [3]. Hierbei wird angenommen, dass der gesamte Zylindermantel zwischen r_a und r_i magnetisiert ist (also aus entsprechend magnetisiertem Material besteht). Es werden mögliche Demagnetisierungseffekte nicht berücksichtigt. Steigt das Verhältnis $\frac{r_a}{r_i}$, so steigt das magnetisierte Volumen und somit auch die Feldstärke in der Mitte. Wenn das Verhältnis $\frac{r_a}{r_i}$ sinkt, so nimmt die Feldstärke ab. Zudem bestimmt natürlich die Größe der Magnetisierung \vec{M} des verwendeten permanentmagnetischen Materials den Betrag von B . Da $B_{rem} = \mu_0 M_{rem}$ bei den hier verwendeten Magneten etwa 1.2 T beträgt [14], lassen sich mit Dipol-Halbach-Zylindern homogene Magnetfelder mit einer Feldstärke in dieser Größenordnung vergleichsweise einfach herstellen.

Diskretisierte Halbach-Zylinder haben keinen vollständig magnetisierten Zylindermantel, sondern bestehen aus einzelnen Magneten. Für diskretisierte Halbach-Zylinder gilt der Grundsatz: je homogener das Magnetfeld ist, desto weniger Feldstärke hat es. Zur Erzeugung eines starken Feldes im Zentrum eines gestapelten Halbach-

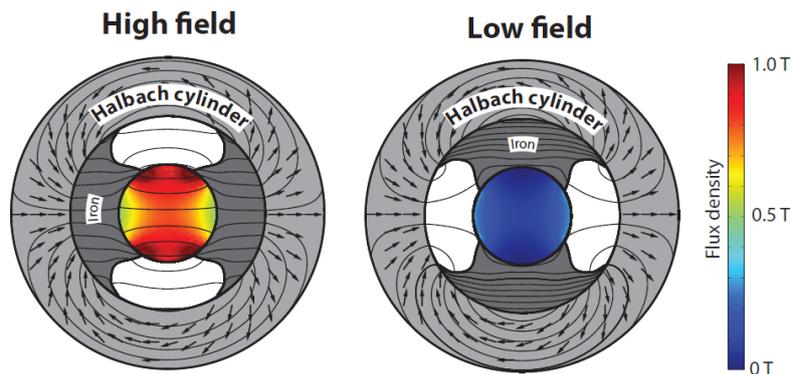


Abbildung 8 Die Eiseninlays sorgen je nach Position für eine maxi- bzw. minimale Feld-dichte in dem Halbach-Zylinder. Entnommen aus [2].

Zylinders werden die Zylinder nahe aneinander platziert. Darunter leidet die Homogenität entlang der Zylinderachse. Benötigt man stattdessen ein homogenes Feld über den Großteil des Zylinderinneren, so werden die Halbach-Zylinder in verschiedenen Abständen angeordnet, siehe hierzu Abschnitt 1.2.1 und [20].

Ebenfalls möglich ist die Integration von Eisen in den Magnetring. Damit werden die Magnetfelder verstärkt. Mit dieser Methode konnte ein Magnetfeld von 4.45 T über ein Volumen von 6 mm Durchmesser und 150 mm Länge erreicht werden [10]. Dazu wird die Konfiguration auf eine Temperatur von -26 °C herab gekühlt. Bei Raumtemperatur besitzt die Konfiguration ein Feld von 3.9 T [10]. Die gleiche Gruppe stellte zwei Jahre später den stärksten Permanentmagnet-Dipol der Welt vor, einen 5.16 T starken Magneten. Das Feld wird in einem Spalt von 2 mm bereitgestellt [11]. Eine Halbach-Sphäre mit integriertem Eisen erreichte eine magnetische Felddichte von 4.3 T für einen Körper mit den Abmaßen $\varnothing 6\text{ mm} \times h 2.8\text{ mm}$ [3].

Falls die Feldstärke nur ein- und ausgeschaltet werden soll kann ein schaltbarer Halbach-Zylinder verwendet werden. Durch topologisch optimierte Eisen-Inlays wird, je nach Position, die Felddichte in der Mitte maxi- bzw. minimiert. In Abbildung 8 sind diese Konfigurationen abgebildet. Durch das Eisen wird die Feldstärke in der eingeschalteten Konfiguration nochmal erhöht [2].

1.3 Neodym-Eisen-Bor-Magneten

Die magnetischen Eigenschaften von Neodym-Eisen-Bor (Neodym)-Magneten wurden 1982 parallel voneinander durch die Forschungseinrichtungen *General Motors Research Laboratories* und *Sumitomo Special Metals* entdeckt [5, 19]. Diese Seltene-Erden-Permanentmagneten können sehr hohe magnetische Felder erzeugen. Je nach Güteklasse werden Remanenzflussdichten von bis zu 1.4 T erreicht. Da die Curie-Temperatur von Neodym-Magneten bei 310 °C liegt und \vec{M} schon unterhalb dieser Temperatur abnimmt, können sie nur bis etwa 80 °C eingesetzt werden [6]. Durch zusetzen von anderen Seltene-Erden-Elementen wie Dysprosium oder Terbium können Neodym-Magneten allerdings bis zu einer Temperatur von 200 °C genutzt wer-

den. Hier werden auch neue Methoden entwickelt, mit denen durch einen anderen Herstellungsprozess die thermische Beständigkeit erhöht werden konnte [4]. Durch ihr sehr gutes Feldstärke-Volumen-Verhältnis eignen sich Neodym-Magnete hervorragend zur Herstellung von Halbach-Zylindern. Zudem sind sie kostengünstig im Handel zu erwerben. Sie werden je nach Remanezflussdichte und Temperaturbeständigkeit in verschiedene Güteklassen aufgeteilt. Im Anhang in Tabelle 1 ist eine Übersicht über die Eigenschaften von Neodym-Magneten verschiedener Güteklassen zusammengestellt.

2 Simulation und Vermessung von selbsterstellten Halbach-Zylindern

Ziel dieser Arbeit ist es, mittels einer Simulation Halbach-Arrays zu konstruieren und zu optimieren. Dies erfolgt anhand einer Simulation, die mit der Vermessung von real konstruierten Halbach-Arrays verglichen wird. Mit den gemessenen Daten kann die Aussagekraft der Simulation abgeschätzt werden. Da das \vec{H} -Feld stark vom Ort abhängt, ist eine orts aufgelöste Messung essenziell. Zur Konstruktion der realen Halbach-Zylinder werden 3D-gedruckte Korpusse, die mit Neodym-Magneten bestückt sind, verwendet.

Im Folgenden werden die einzelnen Schritte näher betrachtet.

2.1 Simulationen: Magpylib 4 und Halbach-Klasse

Zur Simulation von Magneten ist in dieser Arbeit die Python-Bibliothek Magpylib 4 (development version) (Magpylib 4) verwendet worden. 2020 wurde die erste Version dieser Bibliothek von Michael Ortner und Lucas Gabriel Coliada Bandeira vorgestellt [17].

Die Bibliothek basiert auf analytischen Lösungen³ für verschieden geformte Permanentmagnete. Diese Lösungen werden durch die Magnetostatik hergeleitet und gehen von der Gleichung

$$\vec{H} = -\nabla \cdot \Phi_m \quad (2.1)$$

aus. Hier ist Φ_m das skalare magnetische Potential. Dieses Potential wird als Integral der Magnetisierung über die Oberfläche und das Volumen des Körpers berechnet. Implementierte Magnetformen sind Quader, Zylinderstücke, Dipole, Zylinder und Kugeln. Komplexere Magneten können durch Überlagern von Magneten mit entgegengesetzter Magnetisierung simuliert werden. Für stromführende Leiter, welche sowohl linien- als auch kreisförmig konstruiert werden können, wird das Biot-Savart-Gesetz verwendet.

Die Simulation liefert das Magnetfeld \vec{B} . Die simulierten Magnetfelddichten sind mit einem Fehler von 1% angegeben, wobei dieser in Systemen mit mehreren Magneten größer ausfällt. Dies liegt daran, dass in der Magpylib 4 Demagnetisierungseffekte und magnetische Suszeptibilität nicht berücksichtigt werden. Somit ist es nicht möglich, Stoffe wie Eisen mit einer magnetfeldabhängigen Suszeptibilität zu simulieren. Hierfür werden anspruchsvollere numerische Simulationen benötigt⁴. Allerdings ist die Magpylib 4 durch den Verzicht auf numerische Simulationen sehr schnell und einfach zu nutzen.

³Weitere Einzelheiten zu den analytischen Lösungen sind in der Dokumentation unter https://magpylib.readthedocs.io/en/latest/_pages/9_physics/ zu finden.

⁴Ein Beispiel hierfür ist FLUX2D/FLUX3D <https://www.altair.com/flux/>

Aufgesetzt auf diese Bibliothek wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Python-Klasse programmiert, welche einen Halbach-Zylinder mit würfelförmigen Magneten nach Gleichung (1.3) konstruiert und dessen überlagertes Magnetfeld ausgibt. Außerdem ist es möglich, mehrere Halbach-Zylinder übereinander zu stapeln und diese um die Zylinderachse zu verdrehen, so dass auch für diese etwas komplizierteren Aufbauten das Magnetfeld $\vec{H}(\vec{r})$ berechnet werden kann.

2.2 Herstellung von Halbach-Zylindern

Zur Konstruktion der Halbach-Zylinder wird angenommen, dass die Magnetisierung der einzelnen Neodym-Magneten orthogonal auf einer ihrer Außenflächen steht. Die Magnetisierungs-Richtungen werden aus der Simulation als rechteckige Aussparungen der entsprechenden Kantenlänge in eine 3D-Zeichnung übertragen. So entsteht ein Korpus mit würfelförmigen Aussparungen, der als Träger für die Neodym-Permanentmagnete dient. Nach der Konstruktion des Korpus mit der Software *Autodesk Inventor Professional 2022* wird das 3D-Modell mit einem 3D-Drucker ausgedruckt. Im Rahmen dieser Arbeit stand ein *Original Prusa i3 MK3S+* 3D-Drucker zur Verfügung, mit dem mit einem Polylactid-Filament (PLA) der Korpus ausgedruckt wurde. Die Magnete wurden bei www.supermagnete.de erworben und haben eine Kantenlänge von typischerweise 10 mm. Es bietet sich an, die Pole der Magneten vor dem Einbau in den Korpus mit einem Pfeil aus Lack zu markieren, um sie beim Bestücken des Korpus in die richtige Richtung einzusetzen.

Wie schon erwähnt, kommt beim Zusammenbau der Halbach-Zylinder ein großer Nachteil der Permanentmagneten zum Tragen. Sind bereits einige Magneten installiert, werden die Abstoßungskräfte untereinander sehr hoch. So können die bereits installierten Magneten wieder aus dem Korpus herausgedrückt werden oder den einzusetzenden Magneten anziehen. Da dieser meistens im Verhältnis zum wirkenden Drehmoment sehr klein ist, kann er nicht mit den Fingern festgehalten werden. Für die Arbeit mit den Magneten kann kein Werkzeug aus magnetisierbarem Stahl verwendet werden, es bieten sich Hilfswerkzeuge aus Holz oder Plastik an. Im Rahmen der Arbeit hat sich ein aus PLA 3D-gedruckter Ringschlüssel bewährt. Dieser ist beispielhaft für 20 mm breite, würfelförmige Magnete in Abbildung 9 dargestellt. In diesen kann man die Magneten einführen und hat so einen größeren Hebel zum Positionieren. Zum Einsetzen wird mit einem Holzstab der Magnet aus dem Ringschlüssel in den Korpus gedrückt. Dafür muss erhebliche Kraft aufgewendet werden. Im Rahmen der Arbeit konnten mit diesem „Ringschlüssel-Ansatz“ und den 3D-gedruckten Korpusen erfolgreich Permanentmagnete bis zu einer Kantenlänge von 20 mm zu Halbach-Zylindern zusammengefügt werden.

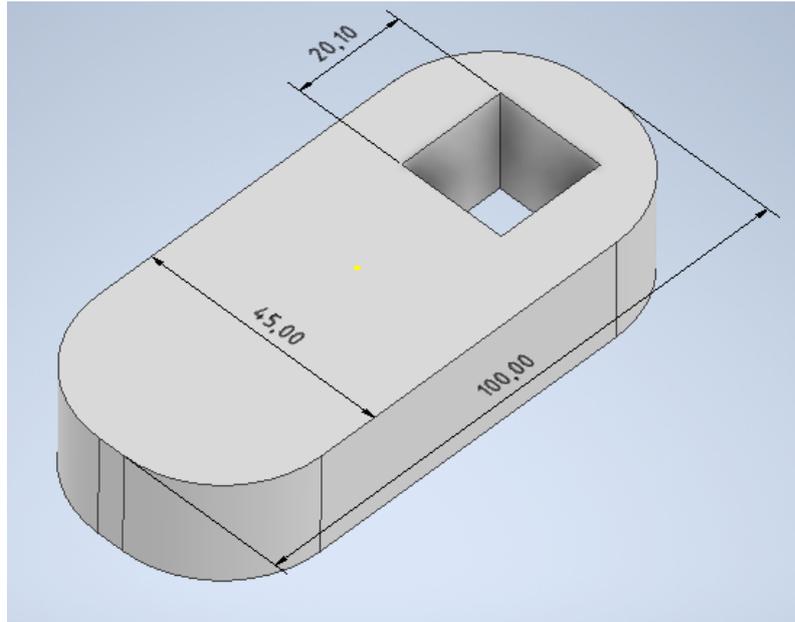


Abbildung 9 3D-Modell des Magnethalters. Die Angaben sind in mm.

2.3 Vermessung der selbstgebauten Halbach-Zylinder

Die Magnetfeldstärke ist stark vom Ort abhängig, es ist somit eine Ortsauflösung der Messung notwendig. Die Messung wird durch eine Hallsonde durchgeführt. Um solche Messungen automatisiert und reproduzierbar ausführen zu können, wurde ein entsprechender Messaufbau entwickelt. Abbildung 10 zeigt den fertiggestellten Aufbau zur Magnetfeldmessung. Er besteht aus einem räumlichen Positionierer, Halterungen für die Hallsonde und Kalibratoren. Die Ortsauflösung von einem Millimeter wird durch eine Kombination aus einem motorisierten x - z -Positionierer und manuellem y -Verstelltisch erreicht. Die 5 mm Plexiglasgrundplatte (in Abbildung 10 kaum zu erkennen) ist mit Holzstreben verstärkt, um ein Durchbiegen zu verhindern. Für alle Verbindungen in der Nähe der Magneten werden Messingschrauben verwendet. Die Kalibratoren dienen zur Festlegung eines Ursprungs (Koordinaten-Nullpunkt). Für die Hallsonde sind zwei vertikale Halter abgebildet. Da die Hallsonde jeweils nur die Projektion des Magnetfelds auf ihre reaktive Fläche misst, müssen zur vollständigen Bestimmungen von $\vec{B}(\vec{r})$ Messungen mit unterschiedlich orientierter Sonde durchgeführt werden. Die reaktive Fläche der Sonde kann, je nach Halter, in z - und x -Richtung ausgerichtet werden. Die einzelnen Bestandteile des Aufbaus werden im Folgenden näher erläutert.

2.3.1 3D-Verschieber

Zur räumlich aufgelösten Vermessung des Magnetfelds wird ein umgebauter Lasergravierer *Eleksmaker A3* verwendet. Um die Magnetfelddichte $\vec{B}(\vec{r})$ systematisch auszumessen, wird eine auf einen Millimeter genaue Positionierung benötigt, zudem müssen die Bewegungen der Sonde reproduzierbar sein. Der Lasergravierer bietet

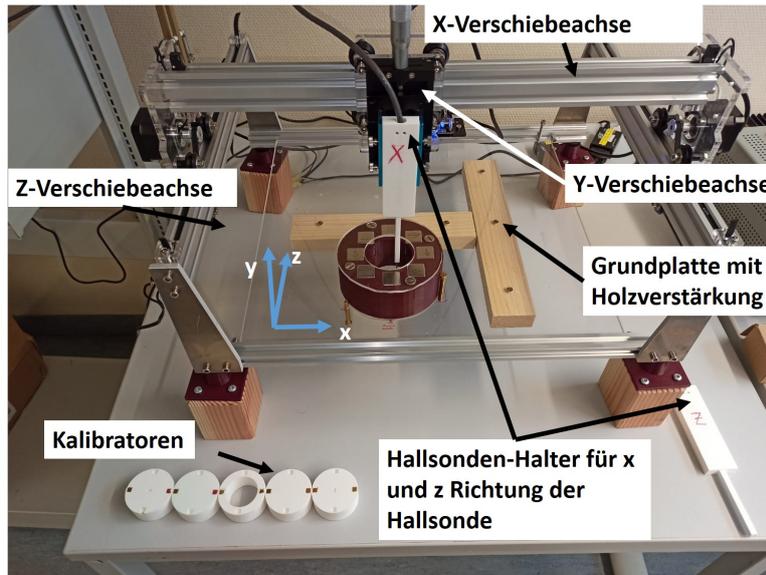


Abbildung 10 Versuchsaufbau zur orts aufgelösten Magnetfeldmessung

eine einfach zu modifizierende Plattform für 2D-Rastermessungen (x - z -Ebene in Abbildung 10). Zudem ist er mit einer adaptierbaren Schnittstelle vorhanden, die durch Verwendung der GRBL-Firmware⁵, einer standardisierten Steuerungssoftware für Computerized Numerical Control (CNC)-Steuerungen, ein computergesteuertes Verfahren des Messkopfes ermöglicht.

Durch einen zusätzlich angebrachten manuellen Verschiebetisch kann auch in der y -Achse die Höhe um 25 mm in μm Schritten verstellt werden. Am Verschiebetisch ist eine Schiene angebracht, in der verschiedene Halterungen für die Hallsonde befestigt werden können.

Um die Positioniergenauigkeit der Hallsonde in der motorisierten x - z -Ebene zu bestimmen wird zunächst ein Stift in die Halterung eingebaut. Dann wird der x - z -Tisch dazu programmiert, 40 Quadrate mit in einem Millimeter steigender Seitenlänge auf Millimeterpapier aufzuzeichnen und am Ende die jeweils gegenüberliegenden Mittelpunkte der Seiten zu verbinden. In Abbildung 11 ist das so entstandene Bild gezeigt. Hier lässt sich erkennen, dass bei größeren Quadraten mit einer Kantenlänge von 35 mm bis 40 mm die Abweichung etwa einen Millimeter beträgt. Möglich ist, dass durch den notwendigen Anpressdruck des Stiftes geringe Verzerrungen auftreten. Da sich jedoch die Strecken der verbundenen Seitenhalbierenden exakt im Ursprung treffen, sind die Positionen reproduzierbar. Sie sind also in sich konsistent, wie auch Messungen in [9] ergaben. Die in Abbildung 11 gezeigten „Kalibrationsmessungen“ zeigen also, dass die relativen Verfahrenswege sehr gut reproduzierbar sind. Die absolute Position der Sonde muss allerdings um ca. 2.5 % (1 mm/40 mm) relativ zu den in der Steuerung angegebenen Werten korrigiert werden.

⁵GRBL v. 1.1, <https://github.com/grbl/grbl>

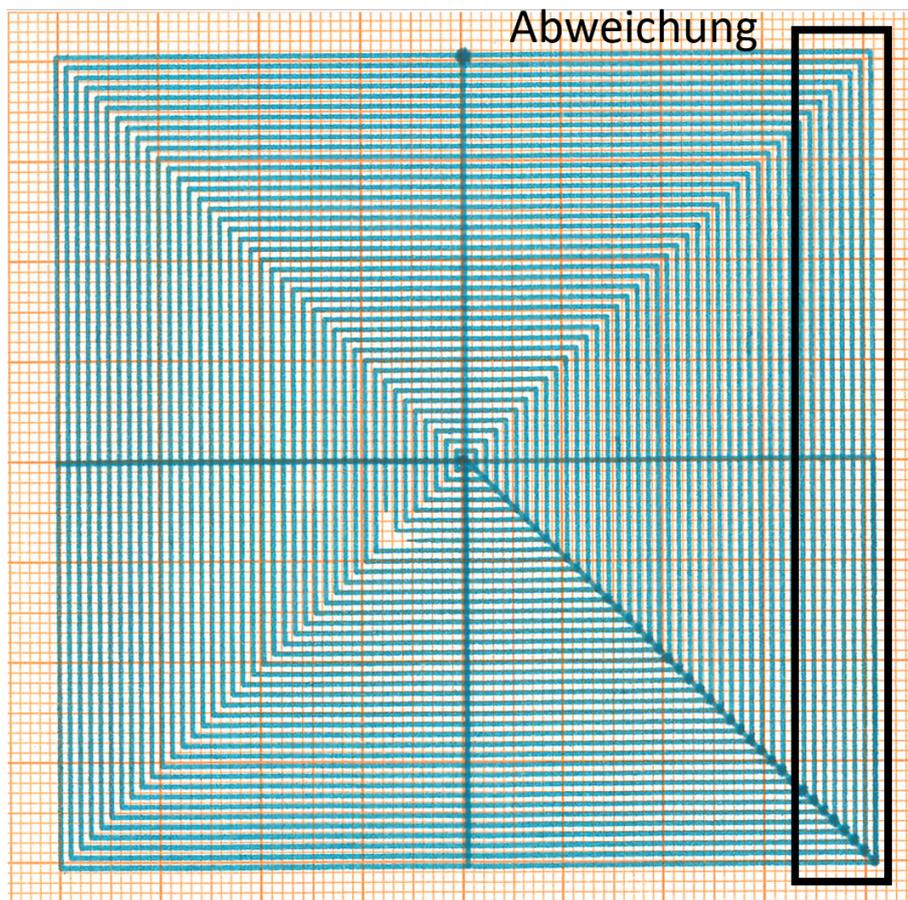


Abbildung 11 Überprüfung der Positioniergenauigkeit des *Eleksmaker A3*.

2.3.2 Hallsonde

Für die Magnetfeldmessungen wird ein *Lakeshore 475 DSP Gaussmeter* mit einer *Lakeshore HMMT-6J04-VR* Hallsonde genutzt. Die Hallsonde hat eine Messfläche mit einem Durchmesser von 1 mm, somit eine reaktive Fläche von 0.785 mm^2 . Der Hersteller gibt für die Fläche keine Unsicherheit an [21].

Die Unsicherheit der Magnetfeldmessung für das Messgerät *475 DSP* ist angegeben mit $\pm 0.05\%$ des gemessenen Wertes plus 0.005% des ausgewählten Messbereichs. Da wir im Folgenden Feldstärken von mehr als 350 mT messen wollen, verwenden wir immer den Messbereich 3.5 T. Die gemessenen Werte liegen, wie später in Abschnitt 3.2 und Abschnitt 4.2 zu sehen, in einem Spektrum von 1 mT bis 400 mT. Dies bedeutet, dass die absolute Messunsicherheit des Geräts maximal bei 0.375 mT liegt und der relative Anteil bis 20 mT keinen nennenswerten Einfluss auf die Unsicherheit hat [16]. Dies sind jedoch nur ein Teil der Unsicherheiten, der andere Teil kommt durch die verwendete Hallsonde zu Stande.

Für die *HMMT-6J04-VR* ist eine relative Unsicherheit von 0.2% des gemessenen Wertes bis zu einer Feldstärke von 3 T angegeben. Hierdurch ergibt sich für die Werte

eine maximale Unsicherheit von 0.8 mT [21]. Die sich somit ergebende maximale Gesamtunsicherheit liegt bei 1.175 mT.

Neben den hier betrachteten Messgeräteabweichungen ist noch zu erwähnen, dass die reaktive Fläche eine Ausdehnung besitzt und so im Vergleich zur Simulation ein gemittelter Wert der magnetischen Flussdichte erhalten wird.

Die relativen Abweichungen betragen in dem gemessenen Spektrum nie mehr als 1 % des gemessenen Wertes. Der Aufbau zum automatischen Ausmessen von $\vec{B}(\vec{r})$ ermöglicht also sowohl von der Positioniergenauigkeit wie auch von der Magnetfeld-Messgenauigkeit eine quantitative Überprüfung der Simulationsergebnisse, mit einem Fehler von weniger als 1 %.

2.3.3 Kalibratoren

Die am unteren Bildrand in Abbildung 10 gezeigten weißen Zylinder (Kalibratoren) dienen zur Kalibration der *Lakeshore* Hallsonde. Die abgebildeten Kalibratoren passen in das Loch des in Abschnitt 3 näher beschriebenen Halbbach-Arrays. In den Kalibratoren sind jeweils zwei Magneten in mit gleicher Magnetisierungsrichtung an gegenüberliegender Seite eingebracht. In der Mitte der Kreisfläche, auf der die Magneten eingebracht sind, befindet sich ein Schlitz der Größe $L \times B \times h$ 4.6 mm \times 1.7 mm \times 3.8 mm, in welchen die *Lakeshore* Hallsonde genau passt. Ist diese vollständig eingeführt, sitzt die reaktive Fläche gerade auf der Oberkante des Kalibrators und ist parallel zur breiten Seite des Lochs. Werden nun zwei Kalibratoren, jeweils mit den Magneten nach außen zeigend, in das Loch des Halbbach-Zylinders eingeführt, so richten sie sich durch die Magneten im Halbbach-Zylinder nach dem äußeren Magnetfeld aus und sitzen in einer stabilen Position. In Abbildung 12 ist eine Kalibration für die $y = 22$ mm Ebene dargestellt. Je nach Orientierung des Schlitzes in der Oberfläche kann die Hallsonde nun passend zum Magnetfeld ausgerichtet werden. Hierdurch ist, neben einer reproduzierbaren Höheneinstellung, auch der Mittelpunkt im Halbbach-Zylinder festgelegt. Verschiedene Messungen für die x - und z -Richtung des Magnetfelds können in unterschiedlichen Messvorgängen aufgenommen und anschließend übereinander gelegt werden. Durch ein Loch in der Plexiglasscheibe werden die Kalibratoren nach der Kalibration nach unten entfernt. Hierdurch muss die Sonde nicht mehr bewegt werden. Um das Zentrum bei $y = 0$ mm zu kalibrieren, wird der obere Zylinder durch einen Zylindermantel ersetzt und der untere mit einem entsprechenden Schlitz in der Oberfläche versehen.

Für die Messungen in Abschnitt 4.2 wurden kleinere Zylinder nach ähnlichem Prinzip angefertigt. Hier werden jedoch keine zwei Kalibratoren genutzt, sondern einer, da nur eine Höhe kalibriert werden muss.

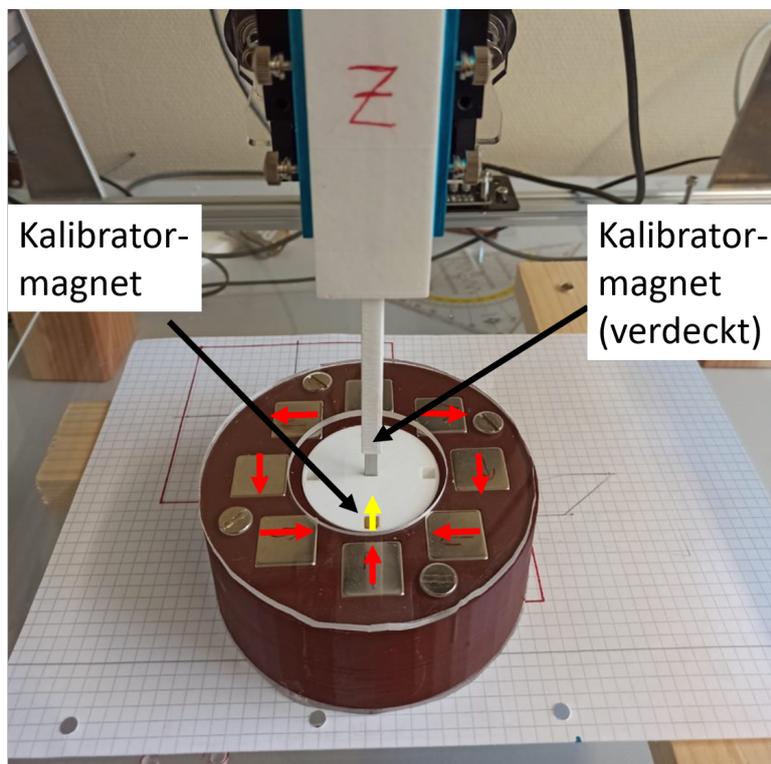


Abbildung 12 Kalibration für die $y = 22$ mm Ebene.

3 Entwurf eines Halbach-Zylinders für ultraschnelle Spinrausch-Spektroskopie

Für einen Versuchsaufbau zur SNS⁶ ist ein homogenes etwa 250 mT starkes Magnetfeld über ein Volumen von $2 \times 2 \times 2 \text{ mm}^3$ nötig. Das Magnetfeld soll möglichst räumlich begrenzt sein, damit der restliche Aufbau nicht beeinträchtigt wird. Hierfür bietet sich ein Halbach-Zylinder-Dipol ($k = 1$) an. Allerdings weist der SNS-Probenhalter einen Innendurchmesser $2 r_i = 50 \text{ mm}$ auf. Daher war ein wichtiges Ziel dieser Arbeit, einen Halbach-Zylinder mit einem entsprechend dimensionierten Innendurchmesser zu simulieren, zu bauen und zu testen. Dies ist im nun Folgenden Abschnitt diskutiert.

3.1 Entwicklung und Konstruktion des SNS-Halbach-Zylinders

Mittels den in Abschnitt 2.1 beschriebenen Methoden wurden verschiedene Konfigurationen simuliert. Die im Folgenden vorgestellte Konfiguration wird verwendet, da sie die einzige ist, die die oben genannten Anforderungen und geometrischen Randbedingungen erfüllt.

Da ein starkes Feld in Kombination mit einem großen Innendurchmesser gefordert ist, wurde eine gestapelte Konfiguration aus sechzehn Magneten entworfen. Diese sind auf zwei Ringe verteilt.

Die Magneten besitzen die Güteklasse⁷ N48 und haben eine Kantenlänge von 20 mm. Jede Aussparung im Plastikkorpus ist somit $20 \times 20 \times 20 \text{ mm}^3$ groß. Diese Konfiguration ist in Abbildung 13 mit ihrer Vor- und Rückseite dargestellt. Der Magnetradius r beträgt 39.14 mm. Für den Innenradius gilt $r_i = 25 \text{ mm}$ und für den Außenradius $r_a = 60 \text{ mm}$.

Der Halbach-Zylinder besteht im Gegensatz zu den in Abschnitt 1.2.1 vorgestellten aus nicht identischen Einzelringen. Im Vorfeld durchgeführte Simulationen ergaben, dass das so erzeugte Feld dem zweier identischer, „normaler“, Halbach-Zylinder gleicht.

In Abbildung 13b sind die möglichen optischen Zugänge in grün eingezeichnet. Sie stehen in einem 45° -Winkel zu x - und z -Achse. Da der Platz zwischen den Magneten auch freigelassen werden kann ermöglichen die etwa 8 mm breiten Öffnungen den (optischen) Zugang zum Zentrum des Halbach-Arrays.

Der Abstand der geometrischen Mittelpunkte der individuellen Ringe sind jeweils um 12 mm vom Nullpunkt entlang der y -Achse versetzt. Neben dem notwendigen Versatz von 10 mm, damit sich die Magneten räumlich nicht überschneiden, ist ein zusätzlicher Versatz von 2 mm konstruktionsbedingt notwendig. Hierdurch können einerseits die abstoßenden Kräfte beim einsetzen der Magnete in den Korpus gering

⁶Aus dem Englischen *spin noise spectroscopy*

⁷siehe hierzu Abschnitt 1.3 und Tabelle 1

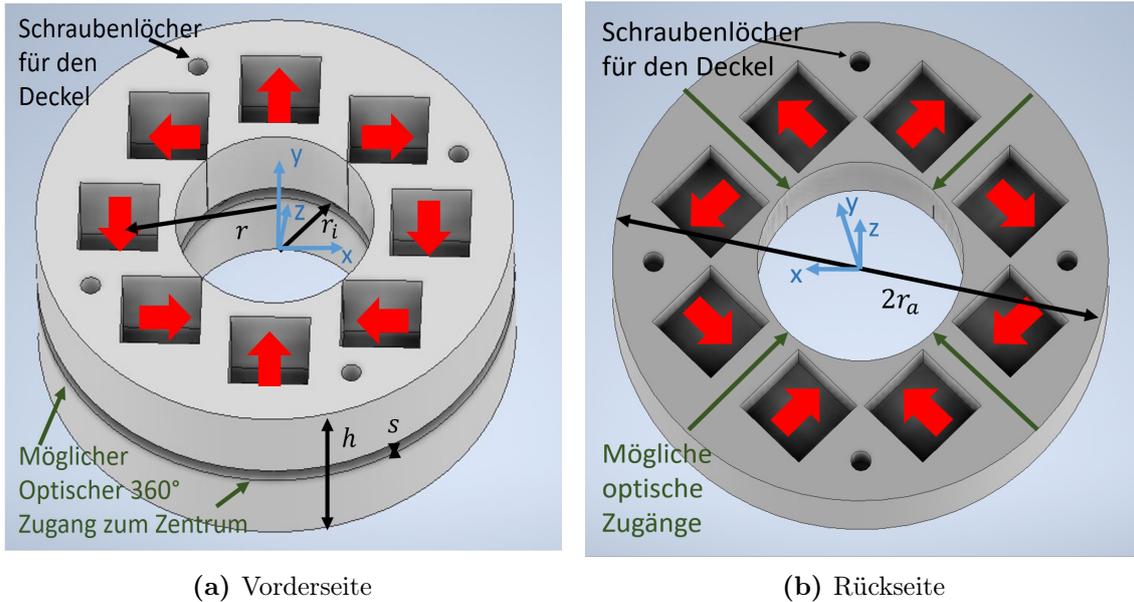


Abbildung 13 3D-Entwurf des Korpus der verwendeten Halbach-Konfiguration. Die roten Pfeile zeigen die Magnetisierungen der später eingesetzten Magneten an. Der Magnetradius r ist der kürzeste Abstand von den Magnetmittelpunkten zur y -Achse. Der Innenradius r_i ist der des Loches. Der Nullpunkt entlang der y -Achse, welche sich mit der Zylinderachse identifiziert, befindet sich bei $h/2$.

gehalten werden und andererseits der Plastikkorpus aus dem 3D-Drucker die notwendige Stabilität aufbauen. Die Gesamthöhe ergibt sich so zu $h = 44$ mm. Wird bei der Konstruktion des Korpus der Raum ± 2 mm um $y = 0$ mm freigelassen, kann ein optischer 360° Zugang zur Probe in Ebene des Magnetfelds geschaffen werden (Breite 4 mm). Dies ist in Abbildung 13a dargestellt, in dieser Arbeit wurde darauf, wie auch auf die 8 mm breiten Schlitzte aber verzichtet.

Mit dieser Ausführung ist die Möglichkeit geschaffen optische Zugänge zum Zentrum⁸ des Halbach-Zylinders herzustellen. Diese Konfiguration wurde verwendet und im Folgenden vermessen. Der hier entwickelte Halbach-Zylinder wird im weiteren Verlauf SNS-Halbach genannt.

Der SNS-Halbach ist in Abbildung 14 mit Vorder- und Rückseite abgebildet. Wegen den hohen Abstoßungskräften zwischen den Magneten werden sie mit einer durch vernickelte Messingschrauben fixierten Plexiglasscheibe in ihrer Position gehalten.

⁸Bezeichnet den Bereich $4 \times 4 \times 4$ mm³ symmetrisch um den geometrischen Mittelpunkt. In diesem befindet sich mit Sicherheit die Probe.



(a) Vorderseite

(b) Rückseite

Abbildung 14 Hergestellter und im Folgenden vermessener SNS-Halbach. Die Plexiglasplatten, hier kaum sichtbar, dienen dazu, um die Magneten im Korpus zu fixieren.

3.2 Messung und Simulation der Magnetfeldstärke

Das simulierte Feld $B_{xz, simu}$ ist in Abbildung 15 abgebildet und erreicht im Nullpunkt eine magnetische Flussdichte von 269 mT. Die in Abbildung 13a angedeuteten Magneten entsprechen den rot eingefärbten Quadraten in Abbildung 15, die in Abbildung 13b den Blauen. Eine seitliche Ansicht ist in Abbildung 12 zu sehen. Hier liegt die Vorderseite oben.

Die Magnetfeldstärke $B(\vec{r})$ des so konstruierte SNS-Halbachs wird mittels des in Abschnitt 2.3 beschriebenen Verfahrens in verschiedenen x - z -Ebenen vermessen, um die erreichten Feldstärken und die Homogenität zu überprüfen. In Abbildung 15 ist diese Ebene als orangenes Rechteck gekennzeichnet. Sie umfasst alle Punkte (x, y, z) , bei denen $x, z \in \{0, \pm 1, \dots, \pm 14\}$ mm sind. Dies entspricht 841 Messpunkten. Für diese Punkte werden jeweils die z - und x -Komponente des Magnetfelds gemessen. Es wurden Messreihen für y -Werte bei 0 mm, ± 1 mm, ± 2 mm, ± 3 mm, ± 4 mm und 22 mm aufgenommen. In der vorliegenden Arbeit werden nur die Ebenen bei $y = 0$ mm und ± 2 mm auf ihre Homogenität untersucht. Die anderen Messungen sind im Anhang abgebildet, da sie für den späteren Einsatz des SNS-Halbachs im Experiment von Bedeutung sind.

3.2.1 Homogenität des SNS-Halbachs

Abbildung 16 zeigt einen Vergleich der simulierten und gemessenen Magnetfeldstärken für $y = 0$ mm. Im Zentrum wird ein Feld von 265(1) mT gemessen, während die Werte bei $y = \pm 2$ mm 264 mT und 263 mT betragen. Das Magnetfeld ist entlang der y -Achse also, wie erhofft, sehr homogen. Markant ist der Unterschied in der Magnetfeldstärke zwischen Simulation und Messung. Die Simulation ergibt ein ca. 26 mT höheres Magnetfeld.

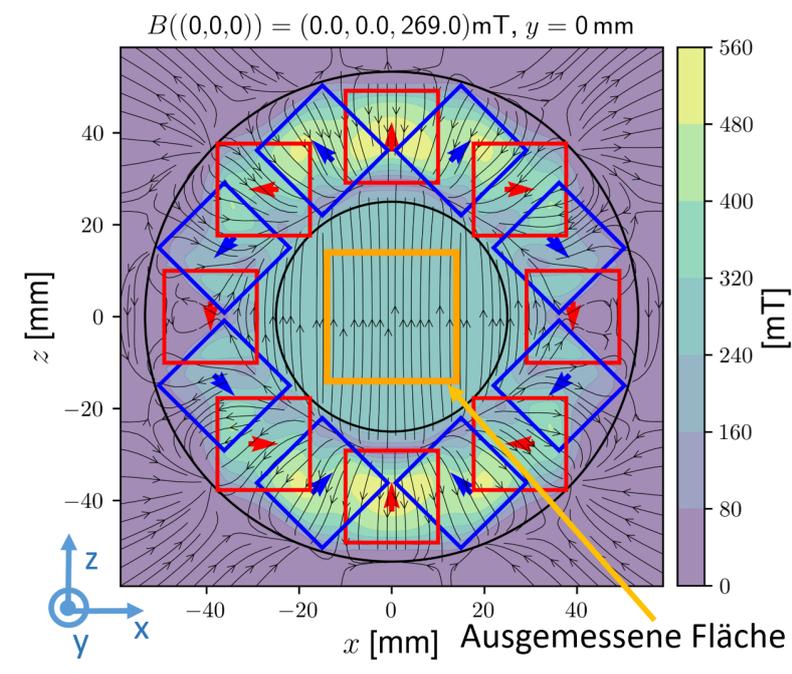


Abbildung 15 Simuliertes Magnetfeld des verwendeten Halbach-Zylinders bestehend aus 16 Magneten. Die dargestellte magnetische Flussdichte $B_{xz,simu}$ ist der Schnitt bei $y = 0$ mm.

3.2.2 Vergleich zur Simulation

Zur genaueren Betrachtung der Abweichung zwischen Simulation und Messung sind in Abbildung 17a, c, e die absoluten Differenzen $B_{xz,diff} = B_{xz,simu}(\vec{r}) - B_{xz,mess}(\vec{r})$ des gemessenen und simulierten Felds dargestellt. Die maximale absolute Differenz beträgt 26 mT und tritt in der $y = 0$ mm Ebene auf. Auffällig ist zudem, dass in Abbildung 17a und c auftretende Minimum im oberen rechten Quadranten. Dieses ist in Abbildung 17e nicht sichtbar. Im Bereich der negativen y hat der Zylinder auf der Rückseite (Abbildung 13b) einen stärkeren Einfluss auf das Feld. Es ist möglich, dass dieser das Feld verändert. Eine weitere Möglichkeit ist, dass die Magneten herstellungsbedingt unterschiedliche Magnetisierungen aufweisen und somit ihre Felder etwas unterscheiden. Zudem kommen in einem realen Halbach-Zylinder sicher auch die bereits in Abschnitt 2.1 erwähnten Demagnetisierungseffekte zum Tragen, die in der Simulation nicht berücksichtigt werden.

Der Mittelwert $\langle B_{diff} \rangle$ der absoluten Differenzen $B_{xz,diff}$ liegt bei 16.09 mT und wird im folgenden Korrekturwert genannt. Zum Vergleich der Werte wird mit Gleichung (3.1) das simulierte Feld um diesen Wert korrigiert.

$$\Omega = \frac{B_{xz,simu} - \langle B_{diff} \rangle - B_{xz,mess}}{B_{xz,simu} - \langle B_{diff} \rangle} 100 \quad (3.1)$$

In Abbildung 17b, d, f wird das resultierende Ω für die verschiedenen Ebenen dargestellt. Der durchschnittliche Betrag der prozentualen Abweichung $\langle |\Omega| \rangle$ beträgt bei

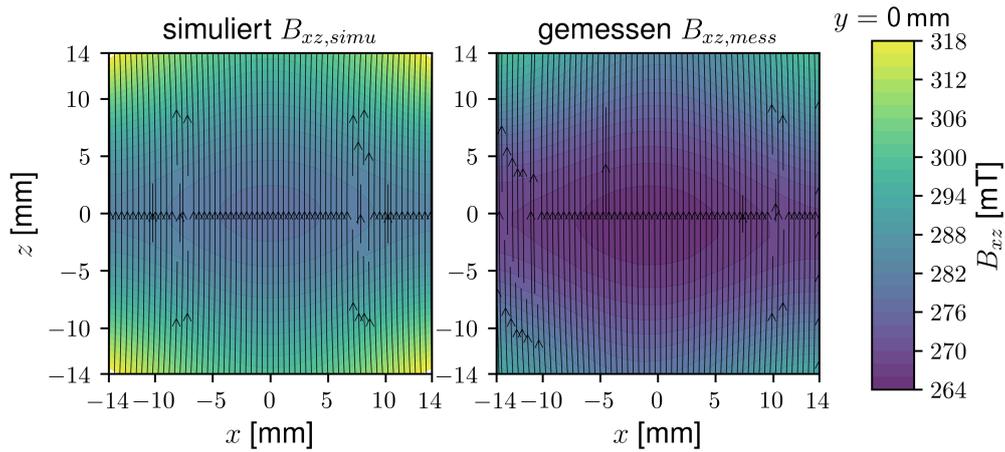


Abbildung 16 Flussdichte B_{xz} im x - z -Schnitt von dem SNS-Halbach bei $y = 0$ mm

allen korrigierten Schnitten unter 0.8 %. Somit sind die vermessenen Felder insgesamt sehr homogen. Stärkere Abweichungen sind vor allem an den Ecken der vermessenen Fläche zu sehen. Da hier bereits relativ dicht (4 mm bis 6 mm) an den Magneten gemessen wird, können lokale Streufelder einen Einfluss auf das Feld haben. Nur das bereits erwähnte Minimum im oberen rechten Quadranten bei $y = -2$ mm und 0 mm lässt sich nicht endgültig erklären. Der Korrekturwert $\langle B_{diff} \rangle$ entspricht knapp 6 % des simulierten Feldes im Zentrum von 269 mT, siehe Abbildung 15. Somit zeigt sich, dass die Simulation, bis auf einen Korrekturwert, sehr gut zu den gemessenen Werten passt.

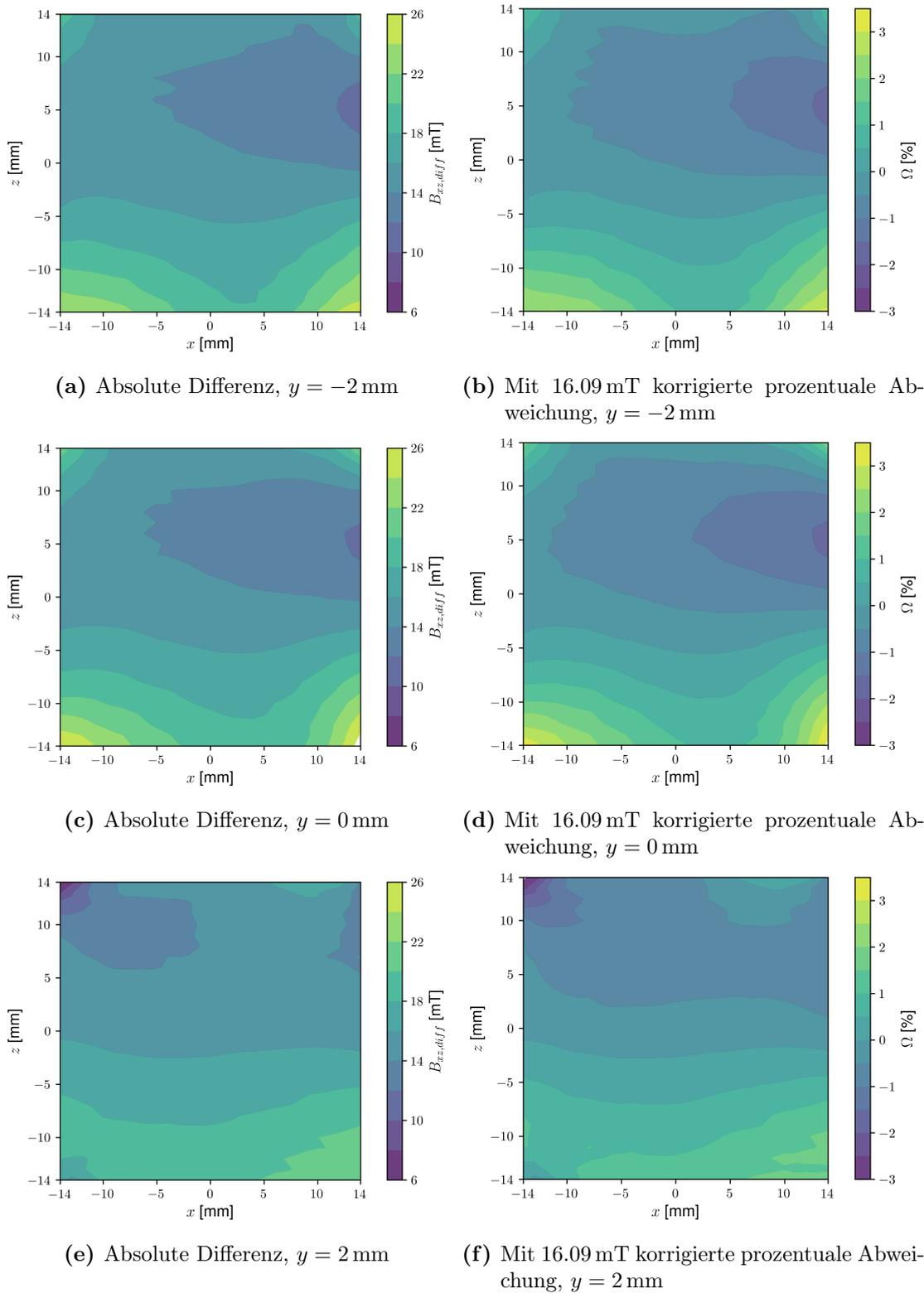


Abbildung 17 Absolute Differenz der Flussdichten $B_{xz,diff}$ (a, c, e) sowie korrigierte prozentuale Abweichung Ω (b, d, f) jeweils aus Messung und Simulation.

3.3 Streufeld des SNS-Halbachs

Um abzuschätzen wie stark die umgebenden Aufbauten vom Streufeld des SNS-Halbachs beeinflusst werden wird das Magnetfeld entlang der y -Achse untersucht. Es wird nur die z -Komponente des Magnetfelds betrachtet, da diese am Stärksten ist. Es kann jedoch nicht ausgeschlossen werden, dass im Nahbereich des SNS-Halbachs höhere Felder bestehen. Die hier gezeigten simulierten Felder werden korrigiert. Hierzu wird aus dem Korrekturwert $\langle B_{diff} \rangle$ im vorherigen Abschnitt und der Magnetfeldstärke im Zentrum der Simulation von 269 mT ein Korrekturverhältnis $\eta = 0.94$ bestimmt.

$$B_{z,korr} = B_{z,simu} \underbrace{\left(1 - \frac{16.03}{269}\right)}_{\eta} \quad (3.2)$$

Wie in im Folgenden zu sehen ist, passen die so korrigierten Werte zu den gemessenen Werten. Damit können die Ergebnisse aus der Simulation als aussagekräftig eingeschätzt werden. Die angegebenen Entfernungswerte werden auf einen Millimeter gerundet.

Bei der Betrachtung des Feldes entlang der y -Achse ergibt die verbleibende Flussdichte von 1 mT bei der Simulation einen Abstand von 121 mm zum Zentrum. Soll die maximale Restfeldstärke nur noch 0.1 mT betragen, so ist ein Abstand von 196 mm notwendig. Dies entspricht etwa dem Viereinhalbfachen der Höhe h des SNS-Halbachs.

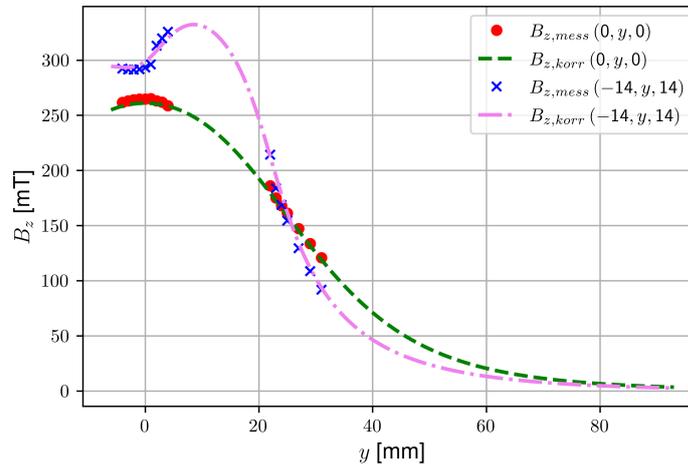


Abbildung 18 Magnetische Felddichte B_z in Abhängigkeit vom Abstand in y -Richtung des SNS-Halbachs.

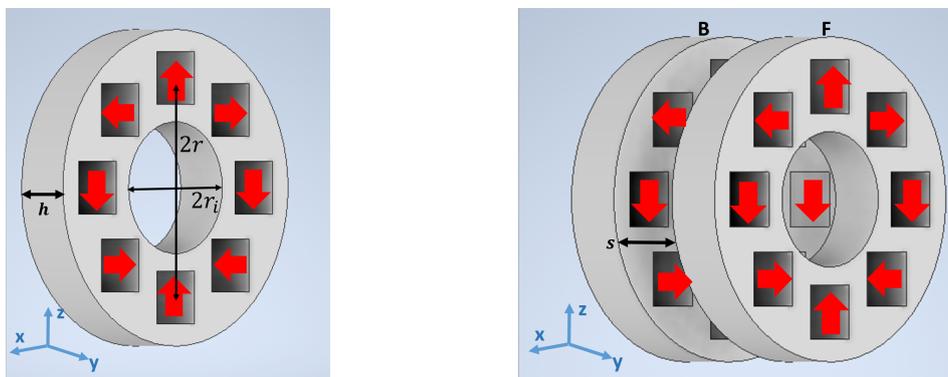
Da für den Randbereich auch die Streufelder von Interesse sind, wird auch für die Gerade $(-14 \text{ mm}, y, -14 \text{ mm})$ das Feld untersucht. Dies entspricht der unteren linken Ecke der ausgemessenen Fläche, siehe Abbildung 15.

In Abbildung 18 sind die gemessenen und simulierten Magnetfeldichten für beide Punkte gezeigt. Es ist zu beobachten, dass das Feld in $(-14 \text{ mm}, y, -14 \text{ mm})$ schneller abfällt als das Feld entlang der y -Achse. Für das Feld in $(-14 \text{ mm}, y, -14 \text{ mm})$ gilt es, für eine Restfeldstärke von 1 mT einen Abstand von 117 mT zu wahren. Für eine Restfeldstärke von 0.1 mT liegt der Abstand bei 193 mm . Somit liegen diese beiden Werte 4 mm niedriger als die zuvor bestimmen. Es sind hier keine markanten Unterschiede zu finden.

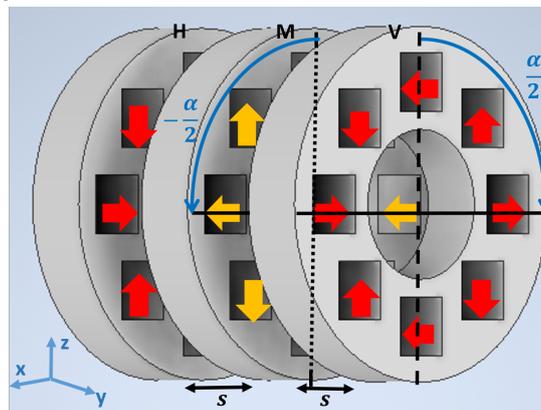
Da eine Restfeldstärke von 1 mT bereits sehr gering ist, ist davon auszugehen, dass außerhalb eines Abstands von 150 mm um das Zentrum des Halbach-Zylinders herum Apparaturen bzw. optische Komponenten nicht gestört werden.

4 Veränderbare Magnetfeldstärke durch Kombination mehrerer Halbach-Zylinder

Während die Magnetfeldstärke von Elektromagneten durch Anpassung des Stroms im Labor einfach einstellbar ist, ist dies bei einzelnen Permanentmagneten nicht möglich. Im Folgenden werden nun die in Abschnitt 1.2.3 bereits erwähnten Ansätze zur Realisierung von veränderbaren Feldstärken bei Halbach-Zylindern untersucht. Die einzelnen Halbach-Zylinder in den Konfigurationen sind baugleich. Der Halbach-Zylinder ist in Abbildung 19a dargestellt und besteht aus acht Neodym-Permanentmagneten. Der Innenradius r_i des Halbach-Zylinders beträgt 10 mm, der Magnetradius r entspricht 17.07 mm und der Halbach-Zylinder ist $h = 10$ mm breit.



(a) Einzelner $k = 1$ Halbach-Zylinder (b) Zwei baugleiche (siehe. a) Halbach-Zylinder mit acht würfelförmigen Neodym-Permanentmagneten der Güteklasse N42 und einer Kantenlänge von 10 mm. einem veränderbaren Abstand s .



(c) Drei baugleiche (siehe. a) Halbach-Zylinder. Diese Konfiguration hat einen fixen Abstand s . Der hintere Halbach-Zylinder H und der vordere Halbach-Zylinder V werden um $\alpha/2$ im Uhrzeigersinn rotiert, der mittlere Halbach-Zylinder M um $-\alpha/2$. In dieser Skizze entspricht $\alpha = 90^\circ$.

Abbildung 19 Übersicht über die in diesem Abschnitt untersuchten Konfigurationen

Aufgrund ihrer geringen Masse und ihres homogenen Magnetfelds sind solche Halbach-Zylinder Konfigurationen mit einstellbarer Magnetfeldstärke ideal für die Nut-

zung in optischen Aufbauten geeignet. Dabei ist eine Grundvoraussetzung, dass der optische Strahlengang zur Probe hin, die sich im homogenen Teil des Magnetfeld befindet, frei ist.

In Abbildung 19b sind zwei baugleiche Halbbach-Zylinder mit einem Abstand s dargestellt. Hierdurch ist es möglich, auf das Zentrum (zwischen den Halbbach-Zylindern in Abbildung 19b) optisch von überall in der x - z -Ebene zuzugreifen. Auch entlang der y -Achse kann in einer solchen Anordnung optisch auf die Probe zugegriffen werden, dies jedoch nur insoweit, wie es der Innenradius r_i erlaubt.

In dieser Anordnung kann die Magnetfeldstärke in der Mitte zwischen den beiden Halbbach-Zylindern B und F (siehe Abbildung 19b) durch anpassen des Abstands s zwischen den beiden Zylindern eingestellt werden. Gegenüber den in [1] und Abschnitt 4.3 behandelten Konfigurationen ist bei diesem Modell der optische Zugang in der x - z -Ebene möglich.

Abbildung 19c zeigt eine weitere Konfiguration, die zur Einstellung der Feldstärke genutzt werden kann. Hierbei wird statt der zwei Halbbach-Zylinder aus Abbildung 19b nun eine axiale Anordnung von drei Halbbach-Zylindern genutzt. Insbesondere kann durch eine Drehung des Halbbach-Zylinders M gegen die Zylinder H und V die Feldstärke verändert werden. Diese Konfiguration wird ausschließlich simuliert. Im Folgenden werden die drei einzelnen Konfigurationen untersucht.

4.1 Charakterisierung des Magnetfelds eines einzelnen Halb- bach-Zylinders

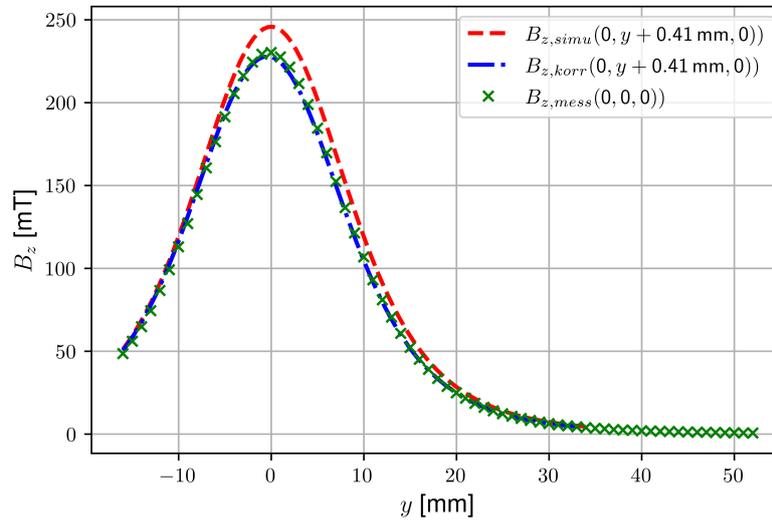
In diesem Abschnitt wird die z -Komponente des Magnetfeldes für den einzelnen Halbbach-Zylinder, vgl. Abbildung 19a, betrachtet. Die simulierte Magnetfeldkomponente in z -Richtung hat im Zentrum der gesamten Konfiguration eine Flussdichte von $B_{z, simu, max}^{single} = 245.8$ mT. Wie bereits in Abschnitt 3 festgestellt, weicht auch hier die magnetische Flussdichte B der Simulation von der der Messung ab.

Der korrigierte Amplitudenwert $B_{z, korr}$ wird nach Gleichung (4.1) mit dem Umrechnungskoeffizient κ berechnet. Die gemessene $B_{z, mess}$ und simulierte $B_{z, simu}$ Flussdichte ist in Abbildung 20a abgebildet. Mit den dort dargestellten Daten ergibt sich $\kappa = 0.927$.

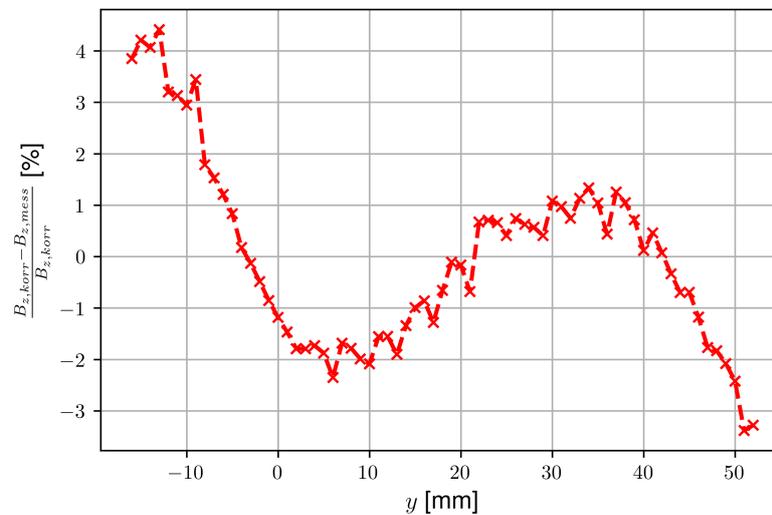
$$B_{z, korr} = B_{z, simu} \cdot \underbrace{1 - \left\langle \frac{B_{z, simu} - B_{z, mess}}{B_{z, simu}} \right\rangle}_{\kappa} \quad (4.1)$$

Der Umrechnungskoeffizient κ liegt in der gleichen Größenordnung wie der in Abschnitt 3.3 ermittelte Korrekturwert $\eta = 0.94$.

Bei der Vermessung eines einzelnen Halbbach-Zylinders wird ein Versatz zwischen dem Koordinatensystem der Messung und dem der Simulation entlang der y -Achse festgestellt. Der Versatz entlang der y -Achse wurde durch einen Fit des Maximums der Simulation an das der Messung ermittelt und beträgt 0.41 mm. Um eine direkte Vergleichbarkeit von Simulation und Messung zu gewährleisten, wird der Versatz zu



(a) Gemessene magnetische Flussdichte $B_{z, \text{mess}}$ eines einzelnen Halbacht-Zylinders entlang der y -Achse: neben dem simulierten Feld $B_{z, \text{simu}}$ sind die in Amplitude und y -Richtung korrigierten Werte $B_{z, \text{korr}}$ aufgetragen.



(b) Differenz zwischen $B_{z, \text{mess}}$ und $B_{z, \text{korr}}$ in Prozent.

Abbildung 20 Betrachtung der magnetischen Flussdichte von dem in Abbildung 19a dargestellten Halbacht-Zylinder.

dem jeweiligen y -Wert der simulierten Magnetfelddichten hinzu addiert. Ein möglicher Versatz in x - und z -Richtung kann nicht bestimmt werden, da die Differenz zwischen Simulation und Messung für verschiedene x - und z -Offsets unterhalb der Auflösungsgrenze von 1 mT liegt.

In Abbildung 20b ist die Abweichung zwischen den Messwerten und den korrigierten Werten zu sehen. Die korrigierten Werte weichen nur in geringem Umfang von der Simulation ab. Das maximale erreichte $B_{z,mess,max}^{single}$ liegt bei 230 mT. Wie zu erwarten, ist das Maximum bei $y = 0$ mm, da hier das Zentrum des Halbach-Zylinders liegt.

4.2 Bestimmung der Abstandsabhängigkeit der Magnetfeldstärke einer Konfiguration aus zwei Halbach-Zylindern

Wie bereits in Abschnitt 1.2.1 beschrieben, wurde von Soltner und Blümli ein optimaler Abstand von Halbach-Zylindern gefunden, bei welchem ein möglichst homogenes Magnetfeld zwischen den Halbach-Zylindern entsteht. Wenn jedoch nur das Feld im Zentrum der gestapelten Halbach-Zylinder von Interesse ist, ergibt sich eine weitere Möglichkeit zur Nutzung von gestapelten Halbach-Zylindern. Bei Variation des Abstands s variiert damit auch die Feldstärke im Zwischenraum der beiden Halbach-Zylinder. In diesem Abschnitt wird die Magnetfeldstärke in Abhängigkeit des Magnetfeldes vom Abstands s untersucht, sowie eine Funktion gefunden, die diesen Zusammenhang mathematisch beschreibt.

4.2.1 Versuchsaufbau

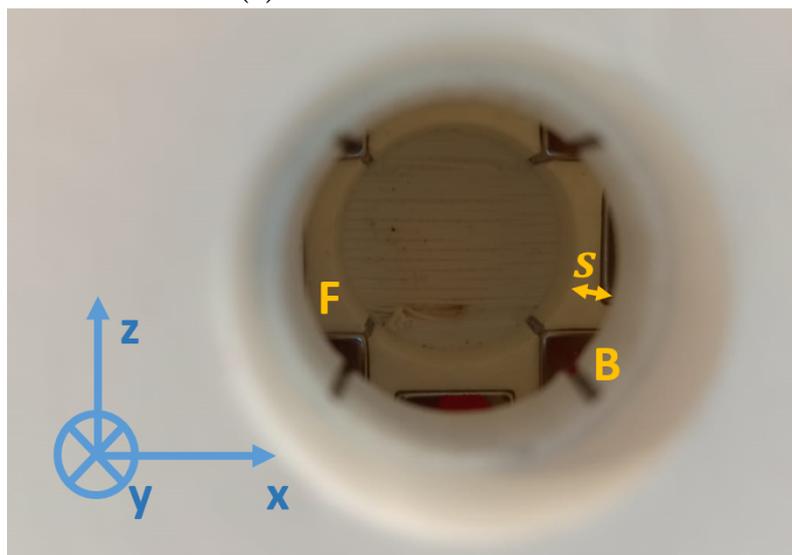
Technisch umgesetzt wird der Aufbau mit einem 3D-gedruckten Plastik-Zylinder, in welchem B an einem Ende fixiert ist und F mit einer M20 Schraube (Verstellschraube) auf der anderen Seite bewegt werden kann. Die Verstellschraube hat eine Steigung von 2.5 mm. Aus der Anzahl der Umdrehungen kann mit der Steigung der Abstand zwischen den Halbach-Zylindern B und F bestimmt werden. In Abbildung 21a ist die Aufsicht des Aufbaus dargestellt. Der Blick in das Innere durch die Messöffnung ist in Abbildung 21b gezeigt. Für die Verbindungen zwischen den Einzelteilen werden Messingschrauben verwendet, da diese nicht magnetisierbar sind. Konstruktionsbedingt besteht immer ein Anfangsoffset von $s_0 = 0.5$ mm. Dieser wird in den Simulationen ebenfalls auf den Abstand zwischen den Halbach-Zylinder aufaddiert. Durch die Messöffnung können mit dem in Abschnitt 2.3.1 vorgestellten 3D-Verschieber Messungen entlang der y -Achse durchgeführt werden. Hierfür wird die Hallsonde mit einer 3D-gedruckten Fassung horizontal in der Halterung befestigt.

4.2.2 Messungen des Magnetfelds bei verschiedenen Abständen der Halbach-Zylinder B und F

Es werden die magnetischen Flussdichten für die Abstände s von 0.5 mm bis 25.5 mm in 2.5 mm Schritten aufgenommen. In Abbildung 22a ist die gemessene $B_{z,mess}$



(a) Aufsicht auf den Aufbau



(b) Sicht durch die Messöffnung

Abbildung 21 Aufbau der zwei Halbach-Zylinder B und F. F kann mit der Verstellerschraube bewegt werden, damit verändert sich der Abstand s .

und simulierte $B_{z,simu}$ Flussdichte bei $s = 0.5$ mm dargestellt. Für einen Abstand $s = 3$ mm sind diese in Abbildung 23a abgebildet. Für beide Abstände zeigt sich, dass die unkorrigierten Flussdichten $B_{z,simu}$ bei höheren Werten liegen, als die gemessenen Werte $B_{z,mess}$, wohingegen die nach Gleichung (4.1) korrigierten Werte $B_{z,korr}$ niedrigere Feldstärken als die gemessenen ergeben. Die Abweichung der Simulation von der Messung ist in Abbildung 22b für den simulierten und korrigierten Wert abgebildet. Es zeigt sich, dass hier die Korrektur keine Verbesserung gegenüber dem simulierten Wert bietet. In Abbildung 23b sind für $s = 3$ mm die gleichen Anteile abgebildet. Die gleiche Beobachtung zur Qualität der Korrektur wird auch hier gemacht. Somit gibt es komplexere Zusammenhänge zwischen der Simulation und den Messwerten als eine lineare Skalierung. Dies bleibt in einer weiteren Arbeit zu klären.

Von Interesse für die weiteren Untersuchungen und Experimente ist hier vor Allem der gemessene Wert für die Flussdichte B_z^{mitte} im Mittelpunkt zwischen den beiden Halbach-Zylindern. Da dieser Mittelpunkt nicht immer exakt ausgemessen wurde, wird der jeweils nächstgelegene gemessene Punkt genommen. In Abbildung 22a und Abbildung 23a sind die so extrahierten Mittelpunkte zwischen den Halbach-Zylindern mit einer gelben Linie markiert. Die räumlichen Dimensionen der Halbach-Zylinder sind angedeutet. Die maximale Magnetfeldstärke bei $s = 0.5$ mm von 371 mT entspricht 161 % der eines einzelnen Halbach-Zylinders. Somit erhöht sich die Feldstärke markant gegenüber der eines einzelnen Halbach-Zylinders.

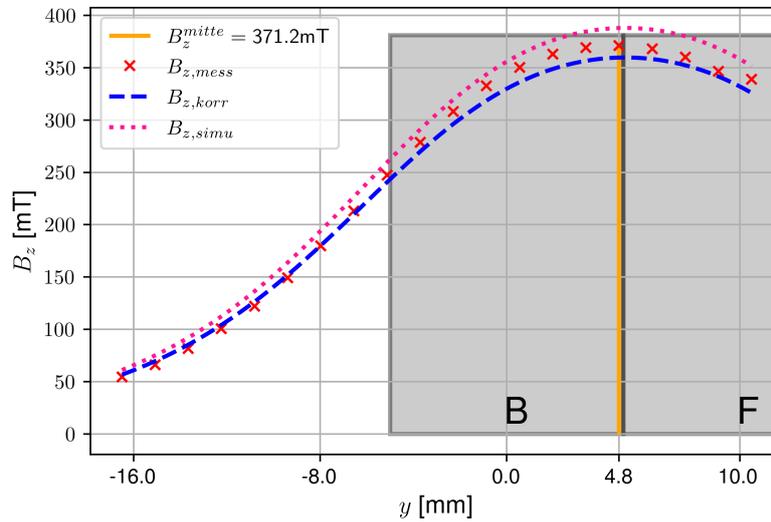
Für einen Abstand s von 3 mm bildet sich im Spalt ein relativ homogenes Magnetfeld. Das Feld hat für Abstände s zwischen 1.7 mm und 9.1 mm eine magnetische Flussdichte von 331 mT bis 335 mT, die Abweichungen sind mit 1.1 % des Maximalwertes gering.

Um über den Abstand der beiden Halbach-Zylinder die Flussdichte in der Mitte einzustellen, sind in Abbildung 24 die gemessenen Werte $B_{z,mess}$ über dem Abstand s aufgetragen. Mittels des eingezeichneten Fits lässt sich abschätzen, dass bei etwa 35.3(46) mm das Feld Null wird. Der sich so ergebende Fit für $s(B_z^{mitte})$ lässt sich durch Gleichung (4.2) beschreiben.

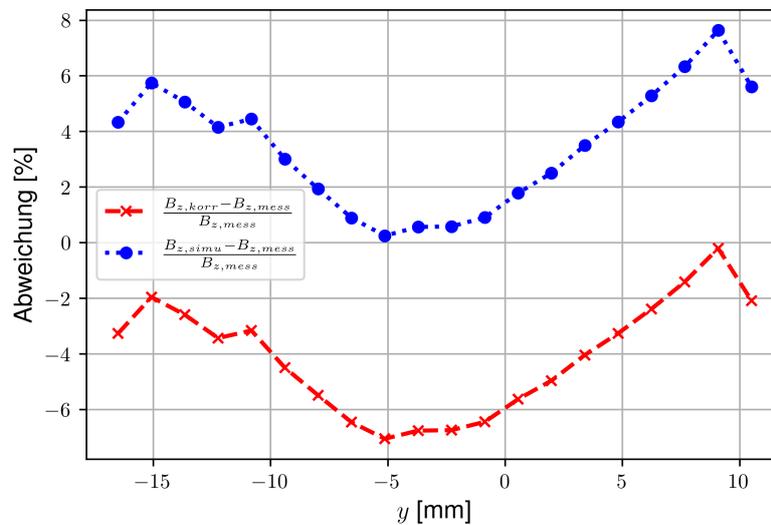
$$s(B_z^{mitte}) = \frac{29\,108(54) \text{ mT mm}}{B_z^{mitte} + 399.68(57) \text{ mT}} - 37.5(44) \text{ mm} \quad (4.2)$$

4.2.3 Bestätigung der Untersuchungen von Soltner und Blümmler

Wie bereits in Abschnitt 1.2.1 erwähnt wurde in den Untersuchungen von Soltner und Blümmler [20] analytisch ein optimaler Abstand Δs_1 zur Erzeugung eines möglichst homogenen Feldes ermittelt. Dieser beträgt $\Delta s_1 = 2 \cdot 0.408r$ und bezieht sich auf den Abstand der Zentren von B und F zum Mittelpunkt dazwischen. In Abbildung 6 ist dies für mehrere Halbach-Zylinder dargestellt. Der hier betrachtete Fall hat nur die beiden Zylinder mit den Strecken Δs_1 .

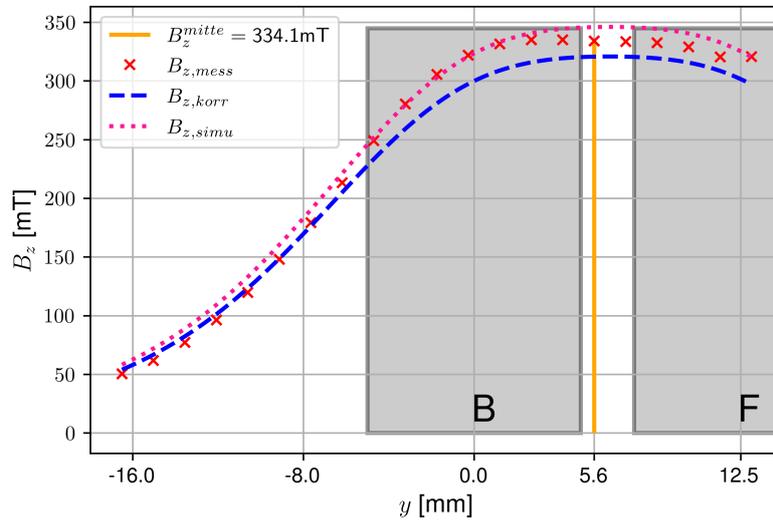


(a) Simuliertes und gemessenes Feld in z -Richtung bei einer Distanz der Halbach-Zylinder von $s = 0.5$ mm. Die grauen Rechtecke geben die räumliche Ausdehnung der beiden Halbach Zylinder B und F wieder.

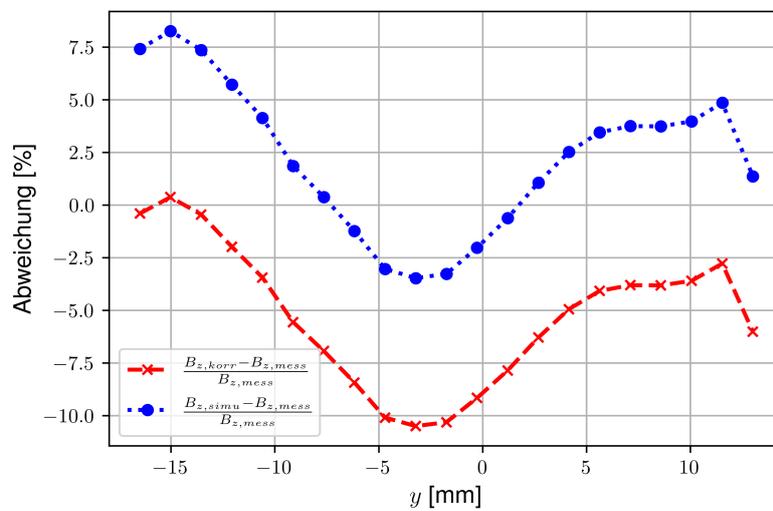


(b) Prozentuale Differenz der magnetischen Flussdichte von berechneten $B_{z,simu}$ bzw. korrigierten $B_{z,korr}$ Simulation und der Messung $B_{z,mess}$ bei einem Abstand $s = 0$ mm

Abbildung 22 Betrachtung der magnetischen Flussdichte in z -Richtung bei einem Abstand der Halbach-Zylinder B und F von $s = 0.5$ mm



(a) Simuliertes und gemessenes Feld in z -Richtung bei einer Distanz der Halbach-Zylinder von $s = 3$ mm. Die grauen Rechtecke geben die räumliche Ausdehnung der beiden Halbach Zylinder B und F wieder.



(b) Prozentuale Differenz der magnetischen Flussdichte von berechneten $B_{z,simu}$ bzw. korrigierten $B_{z,korr}$ Simulation und der Messung $B_{z,mess}$ bei einem Abstand $s = 3$ mm

Abbildung 23 Betrachtung der magnetischen Flussdichte in z -Richtung bei einem Abstand der Halbach-Zylinder B und F von $s = 3$ mm

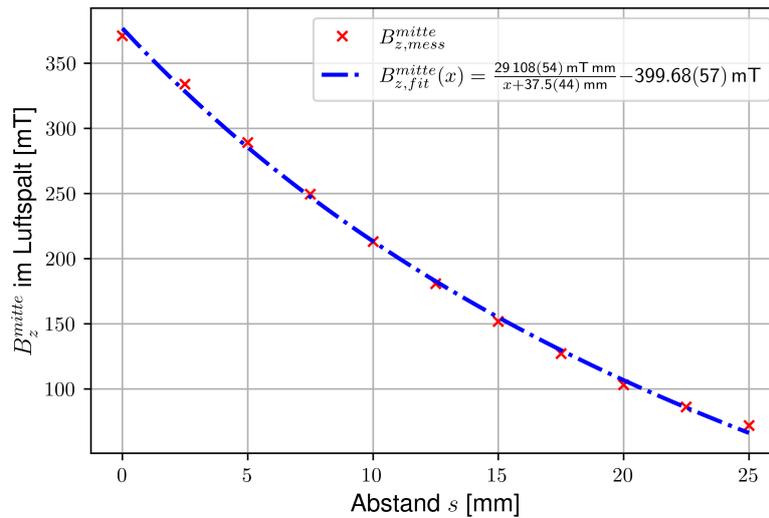


Abbildung 24 Abhängigkeit der magnetische Flussdichte B_z^{mitte} vom Abstand s der Halbach-Zylinder B und F.

Für den hier verwendeten Abstand s müssen doch Anfangsoffset und Höhe der Halbach-Zylinder beachtet werden. Für s_{hom} gilt Gleichung (4.3).

$$s_{hom} \approx 2 \cdot \Delta s_1 - 2 \cdot \frac{h}{2} - s_0 \quad (4.3)$$

Von Δs_1 müssen sowohl der Abstand des Zentrums der Halbach-Zylinder zur Außenkante $h/2 = 10$ mm als auch der Anfangsoffset s_0 abgezogen werden. Es ergibt sich $s_{hom} = 3.43$ mm. Nach den Berechnungen von Soltner und Blümli ist das Magnetfeld hier um 36 % größer als bei einem einzelnen Halbach-Zylinder. Das in Abbildung 25 abgebildete Verhältnis der gemessenen Maxima der Flussdichte B_z^{mitte} zu dem eines einzelnen Halbach-Zylinders $B_{z,mess,max}^{single}$ ergibt mit dem Fit für den Abstand s ein Verhältnis von 136(20) %. Damit stimmt die Berechnung gut mit den gemessenen Werten überein. Zudem lässt die bereits erwähnte Homogenität in Abbildung 23a bei $s = 3$ mm darauf schließen, dass diese bei s_{hom} besser werden kann.

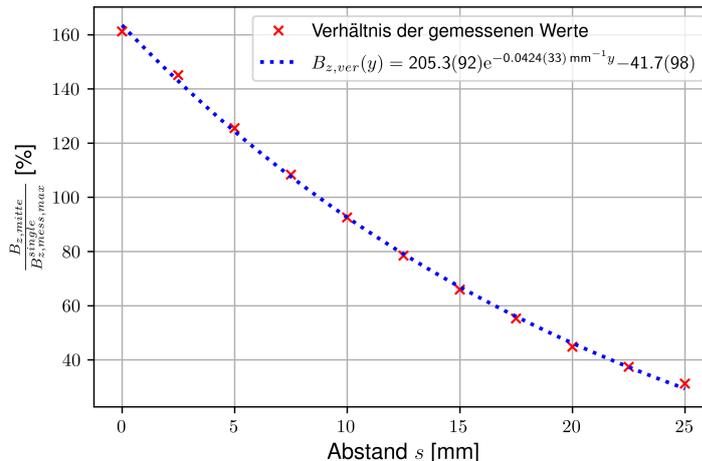


Abbildung 25 Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{B_z^{mitte}}{B_{z,max}^{single}}$ von dem Abstand s .

4.3 Simulation der dreidimensionalen Magnetfeldverteilung einer Drei-Halbach-Konfiguration

In Abbildung 19c ist die hier theoretisch behandelte Konfiguration schematisch abgebildet. Der Abstand s zwischen den einzelnen Halbach-Zylindern H, M und V entspricht jeweils 1 mm. Der Verdrehwinkel $\alpha/2$ wird auf die Halbach-Zylinder H und V im Uhrzeigersinn angewendet und auf M entgegen. Hierdurch soll die Magnetfeldrichtung in der z -Achse gehalten werden.

Nachdem die Eigenschaften der Drei-Halbach-Konfiguration erläutert wurden wird die magnetische Flussdichte im Nahbereich untersucht. Um einen Eindruck zu erhalten, bis zu welchem Volumen eine homogene Flussdichte erreicht werden kann, wird die Abstandsabhängigkeit der Komponenten betrachtet.

4.3.1 Eigenschaften der Drei-Halbach-Konfiguration

Die maximale Magnetfelddichte aus der Simulation $B_{max} = 454.8 \text{ mT}$ ist für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 360^\circ$ gegeben, nur das Vorzeichen ändert sich. In Abbildung 26a ist die Konfiguration für $\alpha = 0^\circ$ in der x - z -Ebene bei $y = 0 \text{ mm}$ dargestellt. Der Ursprung des hier verwendeten Koordinatensystems liegt im Zentrum des mittleren Halbach-Zylinders M. Die maximale Magnetfelddichte erhöht sich auf 220 % gegenüber der eines einzelnen baugleichen Halbach-Zylinders. Im Vergleich zu der in Abschnitt 4.2 festgestellten Feldverstärkung von 161 % gegenüber einem einzelnen Halbach-Zylinder scheint dieser Wert realistisch, da hier ie Halbach-Zylinder H und V zum Feld im Zentrum der Konfiguration bei $y = 0 \text{ mm}$ beitragen. Jeder der beiden Halbach-Zylinder erhöht das Feld um circa 60 %.

Für $\alpha = 22^\circ$ ist das entstehende Magnetfeld in Abbildung 26b abgebildet. Hier ist zusehen, dass das Magnetfeld im Inneren der Konfiguration weiterhin homogen in

der z -Achse gehalten wird. Die blau eingefärbten Magneten entsprechen denen im mittleren Halbbach-Zylinder M, die roten denen in den Halbbach-Zylindern H und V (siehe Abbildung 19c). Die in diesem Abschnitt angegebenen Werte und Verhältnisse beziehen sich auf das simulierte Feld. Die Ergebnisse aus den Abschnitten 3.2 und 4.1 postulieren eine Abweichung von realer zu simulierter Magnetfeldstärke von etwa 5 % bis 9 %. Die zu erwartende Magnetfeldstärke liegt somit im Bereich von 413 mT bis 432 mT.

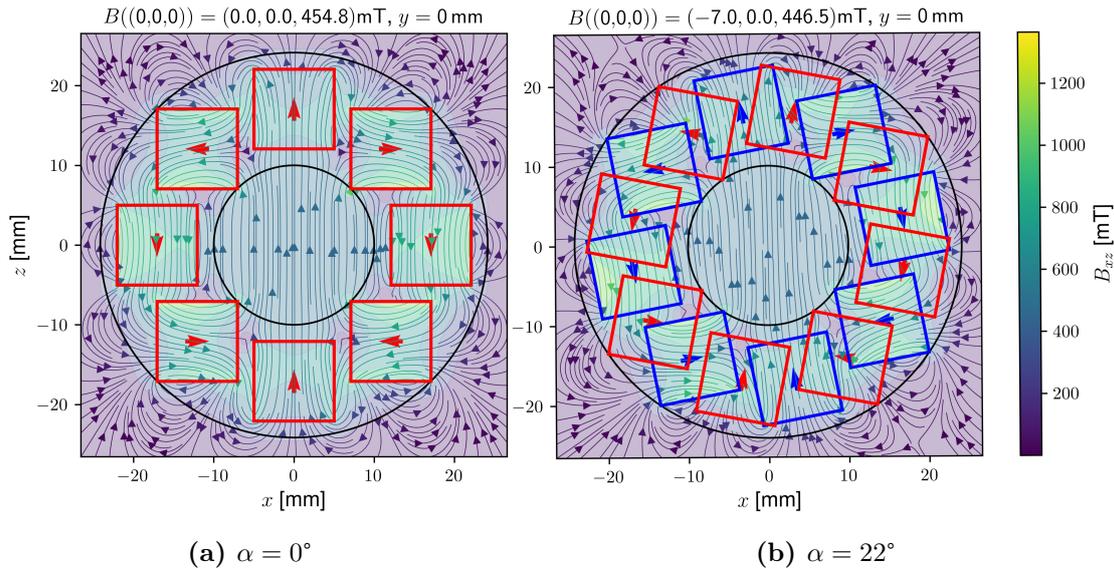


Abbildung 26 Simulierte Magnetfelddichte B_{xz} im x - z -Schnitt bei $y = 0$ mm in der Drei-Halbbach-Konfiguration bei verschiedenen Verdrehwinkeln α .

4.3.2 Magnetische Flussdichte im Nahbereich des Zentrums

Im Folgenden werden die vom Verdrehwinkel α abhängigen Komponenten der magnetischen Flussdichte betrachtet. Für den Punkt im Zentrum $\vec{0} = (0, 0, 0)$ mm ist die magnetische Flussdichte in Abbildung 27 über eine vollständige Drehung ($\alpha \in [0^\circ, 720^\circ]$) dargestellt. Die linke Achse bezieht sich auf die magnetische Flussdichte B_z und die rechte auf die Flussdichten B_x und B_y (Streifelder). Die Komponente in z -Richtung ist deutlich stärker als die in x - und y -Richtung. Damit alle Komponenten gut zu erkennen sind, ist die rechte Achse niedriger skaliert. Da $\vec{0}$ sich auf einen räumlich unendlich kleinen Bereich bezieht, wird zusätzlich in Abbildung 28 der Punkt $\vec{1} = (1, 1, 1)$ mm betrachtet. Hierdurch kann ein Eindruck gewonnen werden, welchen Streifeldern eine Probe unterliegt.

Für $\alpha = 0^\circ, 360^\circ$ und 720° werden bei B_z Extremstellen erwartet. Dies ist auch inkl. des Vorzeichenwechsels bei 360° der Fall. Für $\alpha = 180^\circ$ und 540° ist die Flussdichte, wie erwartet, null. An Position $\vec{1}$ sind geringe Streifelder zu sehen. Die Streifelder weisen ebenfalls Extrem- und Nullstellen auf, jedoch sind diese um etwa 180° zu denen von B_z versetzt. Jedoch liegt, anders als auf Grund der Symmetrie erwartet,

nur das Minimum der x -Komponente exakt bei $\alpha = 180^\circ$. Die y -Komponente hat sein Maximum bei $\alpha = 202^\circ$ und somit einen Nullphasenwinkel von $\varphi_0 = 22^\circ$. Die Komponenten sind alle erkennbar periodisch mit einer Periodenlänge von 720° und Kreisfrequenz von $\alpha/2$.

Die z -Komponente der Flussdichte B_z ist bei beiden Kurven nicht zu unterscheiden. Es ergibt sich jeweils der in Gleichung (4.4) dargestellte Fit, der den Verdrehwinkel α für eine gewünschte Flussdichte B_z angibt.

$$\alpha(B_z) = 2 \arccos\left(\frac{B_z}{455 \text{ mT}}\right) \quad (4.4)$$

Auch in der Dichte unterscheiden sich das x - und y -Feld markant, so ist $B_{x,min} \approx -36.7 \text{ mT}$ und $B_{y,max} \approx 6.7 \text{ mT}$. Somit ist betragsmäßig B_x etwa fünfeinhalb mal so groß wie B_y . Die B_x -Komponente ist im Vergleich zu B_z jedoch relevant, da im Bereich des Minimums von B_x das Feld in z -Richtung in der gleichen und zeitweise kleineren Größenordnung liegt. Somit scheint es nicht möglich, kein Feld am Nullpunkt zu erhalten. Nach der Simulation bleibt im Punkt $\vec{1}$ bei $\alpha = 180^\circ$ ein Restfeld mit dem Betrag von 37.3 mT , naiv erwartet worden wäre ein Restfeld von 0 mT .

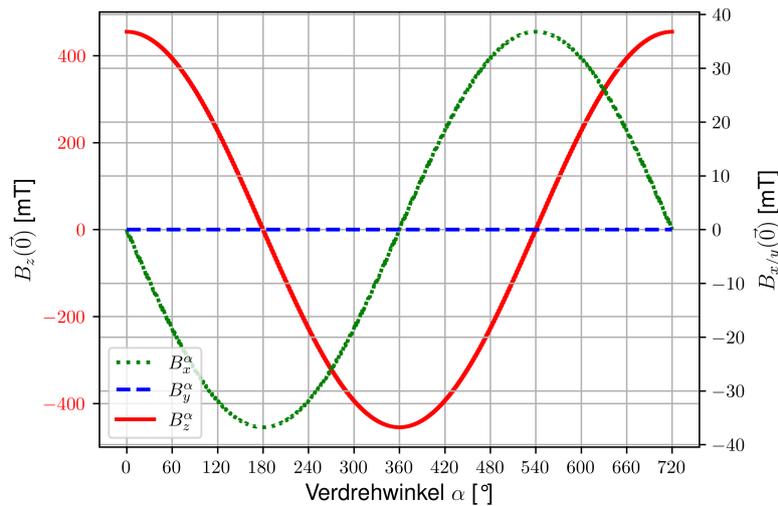


Abbildung 27 Magnetische Flussdichte $B(\vec{0} = (0, 0, 0) \text{ mm})$ mit ihren drei Komponenten aufgetragen über den Verdrehwinkel α . Die linke Achse gilt für B_z , die rechte für B_x und B_y .

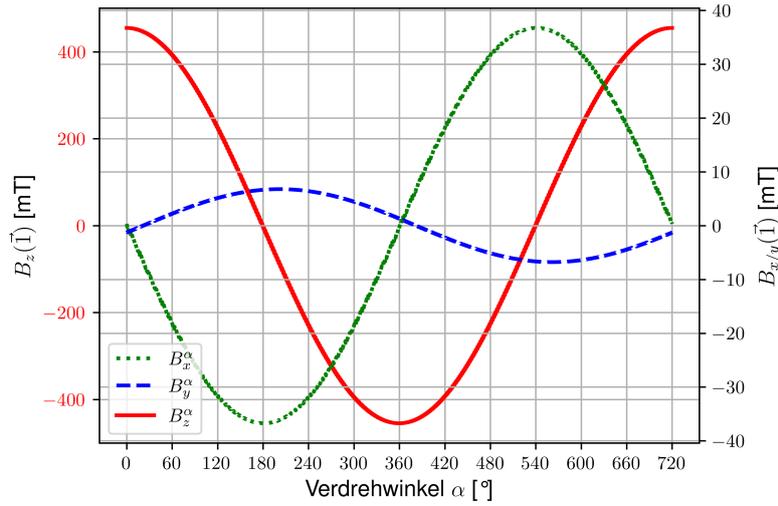


Abbildung 28 Magnetische Flussdichte $B(\vec{1} = (1, 1, 1) \text{ mm})$ mit ihren drei Komponenten aufgetragen über den Verdrehwinkel α . Die linke Achse gilt für B_z , die rechte für B_x und B_y .

4.3.3 Magnetfeldstärke in Abhängigkeit der Entfernung vom Ursprung

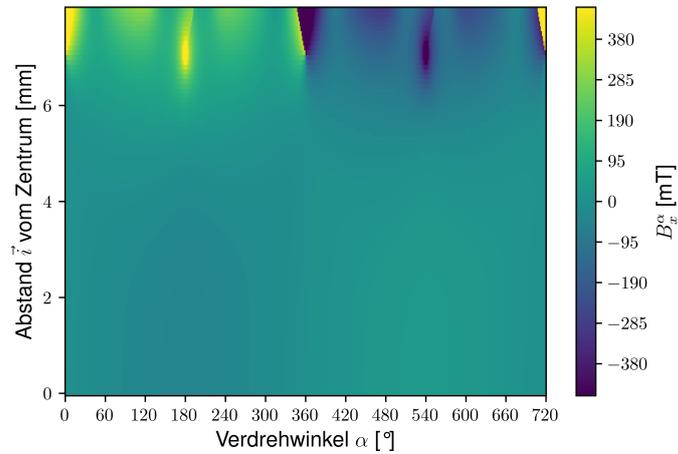
Um einen Überblick zu erhalten, wie sich das Magnetfeld mit dem Abstand vom Zentrum ändert, werden im Folgenden die Magnetfeldstärken bei den Koordinaten $\vec{i} = (i, i, i) \text{ mm}$ betrachtet. Hierbei wird i als der Abstand vom Zentrum bezeichnet, wobei die tatsächliche Entfernung nach Pythagoras $\sqrt{3} i$ beträgt. Hierdurch kann eine Abschätzung für die Änderung des Magnetfelds mit der Entfernung vom Zentrum gemacht werden. Der dadurch erhaltene Eindruck gibt Auskunft über das Magnetfeld in dem Würfel um das Zentrum mit einem Eckpunkt im jeweiligen Punkt \vec{i} .

In Abbildung 29 sind für die drei Komponenten die magnetische Flussdichte B über dem Abstand i vom Zentrum und dem Verdrehwinkel α aufgetragen. In Abbildung 29a ist die B_x Komponente zu sehen, bis $i = 6 \text{ mm}$ ist sie konstant mit einem Minimum im Bereich 0° bis 360° und einem Maximum in 360° bis 720° . Für größere i bilden sich mehr Extremstellen heraus. Die y -Komponente weist ebenfalls Minimum und Maximum auf, nur in dem jeweils anderen Bereich. Die Stärke der Extremstellen steigt hier mit steigendem Abstand i . Die z -Komponente bleibt bis etwa $i = 7 \text{ mm}$ gleich und bildet dann verschiedene Extremstellen aus.

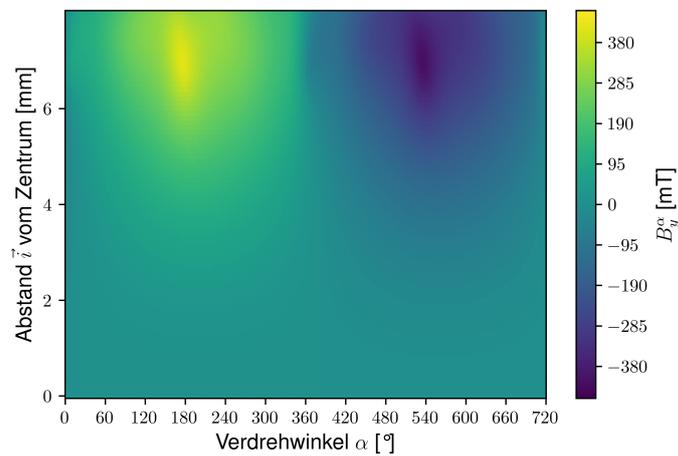
In Abbildung 30a ist für jede Komponente $l \in \{x, y, z\}$ das Maximum

$$B_{l,max}^\alpha = \max \left\{ \left| B_l^\alpha(\vec{i}) \right| \mid \forall \alpha \in [0^\circ, 720^\circ] \right\} \quad (4.5)$$

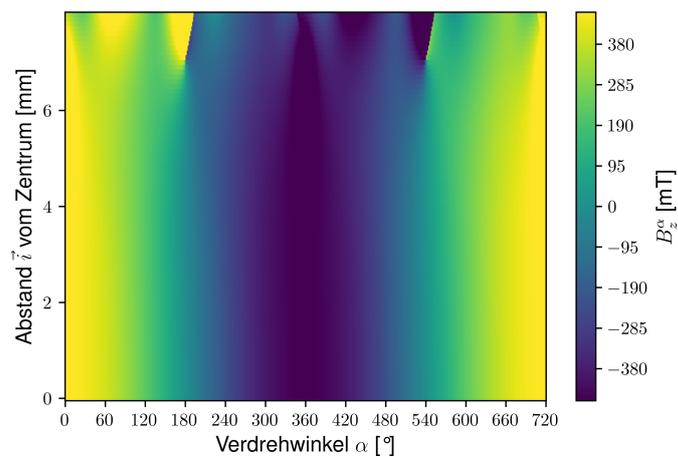
über α aufgetragen. Die maximale Magnetfeldstärke $B_{l,max}^\alpha$ ist jeweils das Maximum der Komponente über die gesamte Verdrehwinkel-Spanne. $B_{z,max}^\alpha$ bleibt bis etwa $i = 5 \text{ mm}$ stabil. Die x -Komponente ist auch bis in diesen Bereich recht stabil, jedoch wird die y -Komponente hier bereits stärker. Die y -Komponente der Flussdichte liegt



(a) Magnetische Flussdichte B_x^α



(b) Magnetische Flussdichte B_y^α



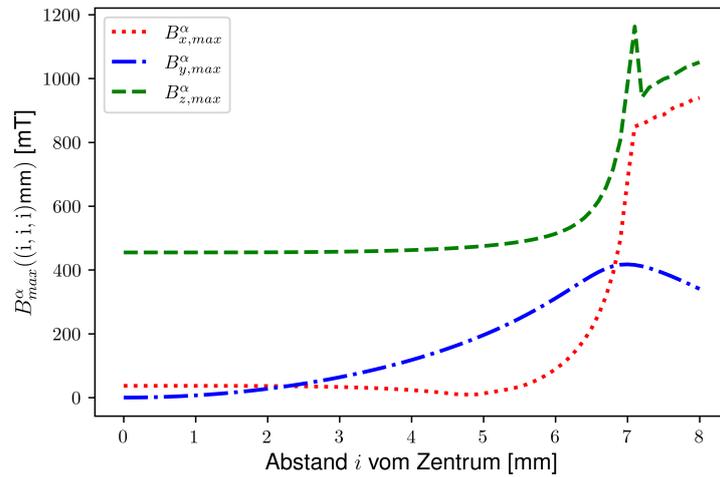
(c) Magnetische Flussdichte B_z^α

Abbildung 29 Magnetische Flussdichte B^α bei den drei Komponenten x , y und z über den Verdrehwinkel $\alpha \in [0^\circ, 720^\circ]$ und der Entfernung i vom Zentrum.

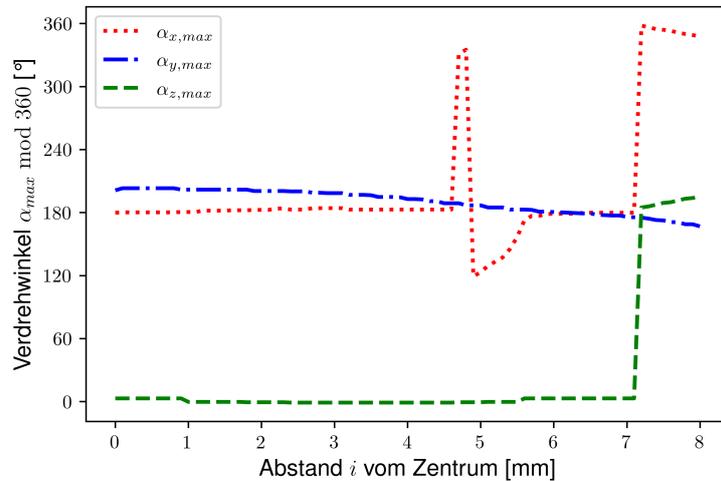
bis zu einem Abstand von etwa $i = 2.4$ mm unter 37 mT (dem Maximum von B_x) und erhöht sich mit steigender Ordnung markant, um dann wieder abzuflachen. Dies ist auch in Abbildung 29b zu erkennen. Bei $i = 5$ mm endet der mittlere Halbach-Zylinder M, ab hier ist in der x - und z -Komponente eine höhere Steigung zu erkennen.

Interessant für eine Bewertung der Inhomogenität ist nun eine Betrachtung des Verdrehwinkels, bei dem die maximale Magnetfeldstärke $B_{l,max}^\alpha$ aufgenommen wurde. In Abbildung 30b ist der zu den $B_{l,max}^\alpha$ gehörige Verdrehwinkel über dem Abstand i vom Zentrum aufgetragen. Da die maximalen Magnetfeldstärken $B_{l,max}^\alpha$ betragsmäßig über $\alpha \in [0^\circ, 720^\circ]$ bestimmt wurde, treten die Extremstellen auf $[0^\circ, 360^\circ]$ und $]360^\circ, 720^\circ]$ verteilt auf. Zum Vergleich des maximalen Verdrehwinkels wird $\alpha_{max} \bmod 360^\circ$ aufgetragen. Die x - und z -Komponente hat ihr Maximum bis $i = 4.5$ mm konstant bei dem gleichen Winkel. Der im vorherigen Abschnitt bei $\vec{1}$ festgestellte Nullphasenwinkel φ_0 der y -Komponente von 22° zum erwarteten Wert 180° nimmt mit steigendem Abstand i ab.

Es ergibt sich, dass die hier vorgestellte Konfiguration ein homogenes, einstellbares Magnetfeld auf Volumen bis zu einer Größe von 4 mm^3 symmetrisch um den Nullpunkt erzeugen kann, da bis hierher keine großen Streufelder auftreten. In diesem Bereich kann das Magnetfeld in z -Richtung von -455 mT bis 455 mT stufenlos eingestellt werden.



(a) $B_{l,max}^\alpha(\vec{i})$ aufgetragen über die Ordnung i der Koordinaten.



(b) Verdrehwinkel α , bei dem der jeweilige $B_{l,max}^\alpha$ -Wert in a gefunden wurde.

Abbildung 30 Verdrehwinkel $\alpha_{l,max}$ und maximale Flussdichte $B_{l,max}^\alpha$ in Abhängigkeit von der Ordnung i der Koordinaten.

5 Fazit

Die Konstruktion des Halbach-Zylinders für SNS bot einen guten Einstieg in die Entwicklung eines spezifischen Halbach-Zylinders. Die orts aufgelöste Messung ergab für das Zentrum eine Magnetfelddichte von 265 mT, welche den Anforderungen des Experiments genügt. Das Magnetfeld ist ausreichend homogen und weicht im Mittel nur 0.8 % von der korrigierten Flussdichte ab. Die absolute Differenz von 26 mT zwischen der Simulation und der Messung konnte so gut kompensiert werden. Insgesamt hat der SNS-Halbach alle geforderten Eigenschaften und kann somit in dem SNS-Aufbau verwendet werden. Neben den konkreten Anforderungen für den SNS-Aufbau ist mit der Konstruktion aus zwei nicht-identischen Halbach-Zylindern eine so in der gängigen Literatur bisher nicht behandelte Konfiguration ausgetestet worden. Hierdurch konnten weitere optische Zugänge zum Zentrum geschaffen werden. Werden beide Halbach-Zylinder so identisch konstruiert sind optische Zugänge auf der gesamten Höhe möglich.

Die Simulation der Halbach-Zylinder mit der Magpylib 4 ist erfolgreich gewesen. Zwar sind keine exakten Vorhersagen möglich, jedoch weichen die ermittelten Werte nie außerordentlich stark von den Gemessenen ab. Durch die einfache Benutzung und Schnelligkeit konnten so sehr schnell Konfigurationen berechnet werden, die sich ändern. Hier seien beispielhaft die vielen verschiedenen Winkel und Positionen in Abschnitt 4.3 genannt. Durch die Anwendung einer einfachen Korrektur ließen sich die Simulation in Abschnitt 3.2 und Abschnitt 4.1 gut an die gemessenen Werte anpassen. Bei der komplexeren Anordnung aus zwei Halbach-Zylindern in Abschnitt 4.2 reichte diese einfache Korrektur jedoch nicht mehr aus. In einer weiteren Arbeit kann hier die Abweichung in Abhängigkeit der Komplexität der Konfiguration untersucht werden.

Durch die Bestätigung der Untersuchungen von Soltner und Blümmler konnte gezeigt werden, dass so durch zwei gestapelte Halbach-Zylinder ein homogenes Feld mit einer Stärke von 136 % gegenüber der eines einzelnen Halbach-Zylinder erzeugt werden kann. Bis zu einer Distanz von 8 mm ist das Feld zwischen den Halbach-Zylindern stärker als das bei einem Einzelnen Halbach-Zylinder. Wird die Distanz zwischen den Halbach-Zylindern verändert, kann so die Feldstärke grob eingestellt werden. Es sind größere Streufelder zu erwarten, jedoch ist hier ein einfacher optischer Zugang zur Probe möglich.

Mit der Drei-Halbach-Konfiguration in Abschnitt 4.3 konnte ein neues Konzept zur Einstellung der magnetischen Flussdichte untersucht werden. Diese Konfiguration erlaubt es, die magnetische Flussdichte B_z stufenlos zwischen -450 mT bis 450 mT einstellen zu können. Das Feld kann in einem Volumen von 4 mm^3 symmetrisch um den Nullpunkt eingestellt werden. Hierbei treten maximal Streufelder in x - und y -Richtung von 37 mT auf. Die Herstellung und Vermessung dieser Konfiguration ist Thema für eine zukünftige Arbeit. Das Konzept ist nach den hier vorgestellten Simulationen umsetzbar und hat einen markanten praktischen Nutzen. Ein wichtiger Aspekt werden die tatsächlichen Größen der Streufelder sein.

Literaturverzeichnis

- [1] V. C. Barroso u. a. “Double dipolar halbach array for rheological measurements on magnetic fluids at variable magnetic flux density B”. In: *Journal of Physics: Conference Series* 149 (2009), S. 012102. DOI: 10.1088/1742-6596/149/1/012102. URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/149/1/012102>.
- [2] R. Bjørk und A.R. Insinga. “A topology optimized switchable permanent magnet system”. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 465 (2018), S. 106–113. ISSN: 0304-8853. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2018.05.076>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885318302506>.
- [3] F. Bloch u. a. “Innovating approaches to the generation of intense magnetic fields : design and optimization of a 4 Tesla permanent magnet flux source”. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 34.5 (1998), S. 2465–2468. DOI: 10.1109/20.717567.
- [4] D. N. Brown u. a. “Dysprosium-free melt-spun permanent magnets”. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 26.6 (Jan. 2014), S. 064202. DOI: 10.1088/0953-8984/26/6/064202. URL: <https://doi.org/10.1088/0953-8984/26/6/064202>.
- [5] J. J. Croat u. a. “High-energy product Nd-Fe-B permanent magnets”. In: *Applied Physics Letters* 44.1 (1984), S. 148–149. DOI: 10.1063/1.94584. URL: <https://doi.org/10.1063/1.94584>.
- [6] J. Fraden. *Handbook of Modern Sensors - Physics, Designs, and Applications*. Berlin Heidelberg: Springer Science und Business Media, 2010. ISBN: 978-1-441-96466-3.
- [7] K. Halbach. “Application of permanent magnets in accelerators and electron storage rings (invited)”. In: *Journal of Applied Physics* 57.8 (1985), S. 3605–3608. DOI: 10.1063/1.335021. eprint: <https://doi.org/10.1063/1.335021>. URL: <https://doi.org/10.1063/1.335021>.
- [8] K. Halbach. “Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material”. In: *Nuclear Instrument Methods; (Netherlands)* 169:1 (Feb. 1980). DOI: 10.1016/0029-554X(80)90094-4.
- [9] Y. Hu und F. Clark. *An Inexpensive Two-Dimensional Translation Stage for Mapping Photoelectric Response*. Enrico Fermi Institute, University of Chicago. 11. Okt. 2018. URL: <http://lappdocs.uchicago.edu/documents/334/sendit> (besucht am 29.12.2021).
- [10] M. Kumada u. a. “Development of 4 tesla permanent magnet”. In: *PACS2001. Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference (Cat. No.01CH37268)*. Bd. 5. 2001, 3221–3223 vol.5. DOI: 10.1109/PAC.2001.988064.

- [11] M. Kumada u. a. “The strongest permanent dipole magnet”. In: *Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference*. Bd. 3. 2003, 1993–1995 vol.3. DOI: 10.1109/PAC.2003.1288751.
- [12] *Magnetic field researchers target Hundred-Tesla goal*. 2012. URL: https://web.archive.org/web/20120928181148/http://www.lanl.gov/news/releases/magnetic_field_researchers_target_hundred_tesla_goal.html (besucht am 17.01.2022).
- [13] J. Mallinson. “One-sided fluxes – A magnetic curiosity?” In: *IEEE Transactions on Magnetics* 9.4 (1973), S. 678–682. DOI: 10.1109/TMAG.1973.1067714.
- [14] *Material: Sintered Neodymium Iron Boron*. URL: www.amazingmagnets.com/magnetgrades.aspx (besucht am 24.01.2022).
- [15] J. R. Miller u. a. “An overview of the 45-T hybrid magnet system for the new National High Magnetic Field Laboratory”. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 30.4 (1994), S. 1563–1571. DOI: 10.1109/20.305562.
- [16] *Model 475 Specifications*. 4. Jan. 2022. URL: <https://www.lakeshore.com/products/categories/specification/magnetic-products/gaussmeters-teslameters/model-475-dsp-gaussmeter> (besucht am 04.01.2022).
- [17] M. Ortner und L.G. Coliada Bandeira. “Magpylib: A free Python package for magnetic field computation”. In: *SoftwareX* (2020). DOI: 10.1016/j.softx.2020.100466.
- [18] H. Raich und P. Blümmler. “Design and construction of a dipolar Halbach array with a homogeneous field from identical bar magnets: NMR Mandhalas”. In: *Concepts in Magnetic Resonance Part B-Magnetic Resonance Engineering* 23B (Okt. 2004), S. 16–25. DOI: 10.1002/cmr.b.20018.
- [19] M. Sagawa u. a. “New material for permanent magnets on a base of Nd and Fe (invited)”. In: *Journal of Applied Physics* 55.6 (1984), S. 2083–2087. DOI: 10.1063/1.333572. eprint: <https://doi.org/10.1063/1.333572>. URL: <https://doi.org/10.1063/1.333572>.
- [20] H. Soltner und P. Blümmler. “Dipolar Halbach Magnet Stacks Made from Identically Shaped Permanent Magnets for Magnetic Resonance”. In: *Concepts in Magnetic Resonance Part A* 36A (Juli 2010), S. 211–222. DOI: 10.1002/cmr.a.20165.
- [21] *Transverse 400 Series Hall Probe Specifications*. 2022. URL: <https://www.lakeshore.com/products/product-detail/hall-probes/transverse-specifications> (besucht am 04.01.2022).
- [22] C. W. Windt u. a. “A portable Halbach magnet that can be opened and closed without force: The NMR-CUFF”. In: *Journal of Magnetic Resonance* 208.1 (2011), S. 27–33. ISSN: 1090-7807. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmr.2010.09.020>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1090780710002995>.

A Güteklassen von Neodym-Eisen-Bor-Magneten

Für die in dieser Arbeit verwendeten Güteklassen von Neodym-Magneten ist aus [14] eine Tabelle der Eigenschaften dieser Klassen abgebildet. In dieser Arbeit wurden vorrangig Neodym-Magnete der Güteklassen N42 und N48 verwendet.

| Klasse | $B_r = \mu_0 M$ [kG] | BH_{max} [MGOe] | T_{max} [°C] |
|--------|----------------------|-------------------|----------------|
| N35 | 11.7-12.2 | 33-36 | 80 |
| N38 | 12.2-12.5 | 36-39 | 80 |
| N40 | 12.5-12.8 | 38-41 | 80 |
| N42 | 12.8-13.2 | 40-43 | 80 |
| N45 | 13.2-13.8 | 43-46 | 80 |
| N48 | 13.8-14.2 | 46-49 | 80 |
| N50 | 14.0-14.5 | 48-51 | 70 |
| N52 | 14.3-14.8 | 50-53 | 70 |
| 30M | 10.8-11.3 | 28-31 | 100 |
| 33M | 11.3-11.7 | 31-33 | 100 |
| 35M | 11.7-12.2 | 33-36 | 100 |
| 38M | 12.2-12.5 | 36-39 | 100 |
| 40M | 12.5-12.8 | 38-41 | 100 |
| 42M | 12.8-13.2 | 40-43 | 100 |
| 45M | 13.2-13.8 | 43-46 | 100 |
| 48M | 13.6-14.3 | 46-49 | 100 |
| 50M | 14.0-14.5 | 48-51 | 100 |
| 30H | 10.8-11.3 | 28-31 | 120 |
| 33H | 11.3-11.7 | 31-34 | 120 |
| 35H | 11.7-12.2 | 33-36 | 120 |
| 38H | 12.2-12.5 | 36-39 | 120 |
| 40H | 12.5-12.8 | 38-41 | 120 |
| 42H | 12.8-13.2 | 40-43 | 120 |
| 45H | 13.2-13.8 | 43-46 | 120 |
| 48H | 13.7-14.3 | 46-49 | 120 |
| 30SH | 10.8-11.3 | 28-31 | 150 |
| 33SH | 11.3-11.7 | 31-34 | 150 |
| 35SH | 11.7-12.2 | 33-36 | 150 |
| 38SH | 12.2-12.5 | 36-39 | 150 |
| 40SH | 12.4-12.8 | 38-41 | 150 |
| 42SH | 12.8-13.2 | 40-43 | 150 |
| 45SH | 13.2-13.8 | 43-46 | 150 |
| 28UH | 10.2-10.8 | 26-29 | 180 |
| 30UH | 10.8-11.3 | 28-31 | 180 |
| 33UH | 11.3-11.7 | 31-34 | 180 |
| 35UH | 11.8-12.2 | 33-36 | 180 |
| 38UH | 12.2-12.5 | 36-39 | 180 |
| 40UH | 12.4-12.8 | 38-41 | 180 |
| 28EH | 10.4-10.9 | 26-29 | 200 |
| 30EH | 10.8-11.3 | 28-31 | 200 |
| 33EH | 11.3-11.7 | 31-34 | 200 |
| 35EH | 11.7-12.2 | 33-36 | 200 |
| 38EH | 12.2-12.5 | 36-39 | 200 |

Tabelle 1 Übersicht über die Güteklassen von Neodym-Eisen-Bor-Magneten. Entnommen aus [14].

B Magnetische Flussdichte des SNS-Halbachs

Da der SNS-Halbach in dem SNS-Aufbau verwendet wird, sind hier zur Dokumentation die nicht bereits in Abschnitt 3.2 diskutierten x - z -Ebenen der magnetischen Flussdichte $B_{xz,meas}$ für $y = \pm 1$ mm, ± 3 mm und 22 mm abgebildet.

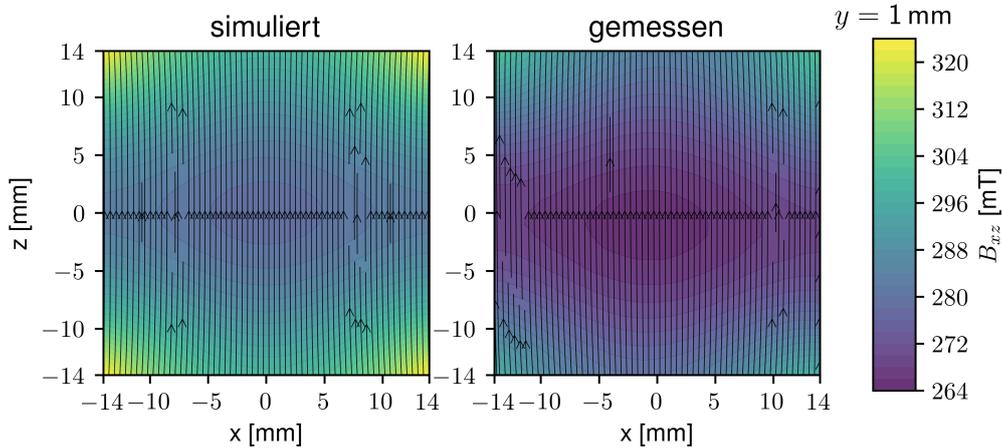


Abbildung 31 Flussdichte B_{xz} im x - z -Schnitt von dem SNS-Halbach bei $y = 1$ mm

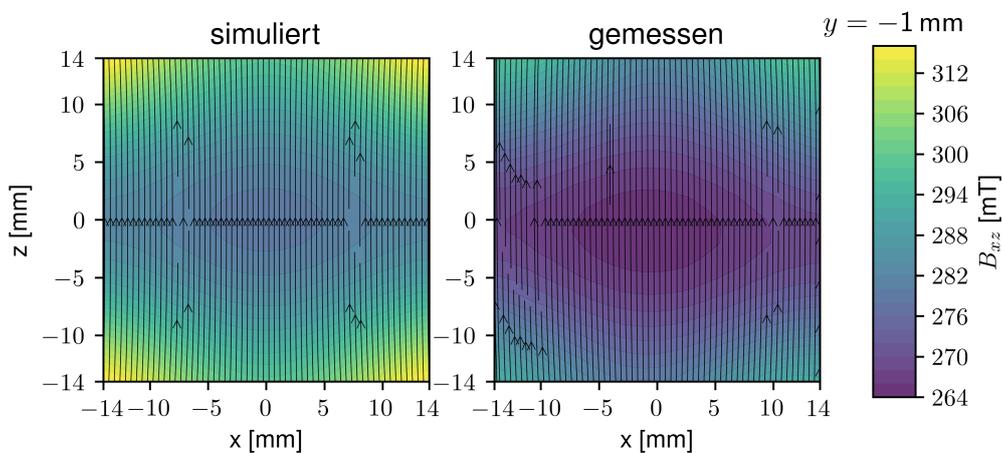


Abbildung 32 Flussdichte B_{xz} im x - z -Schnitt von dem SNS-Halbach bei $y = -1$ mm

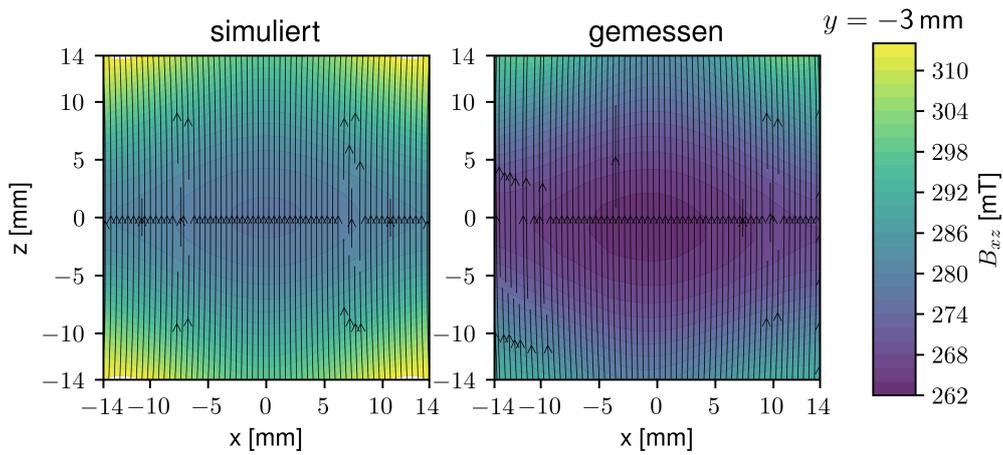


Abbildung 33 Flussdichte B_{xz} im x - z -Schnitt von dem SNS-Halbach bei $y = -3$ mm

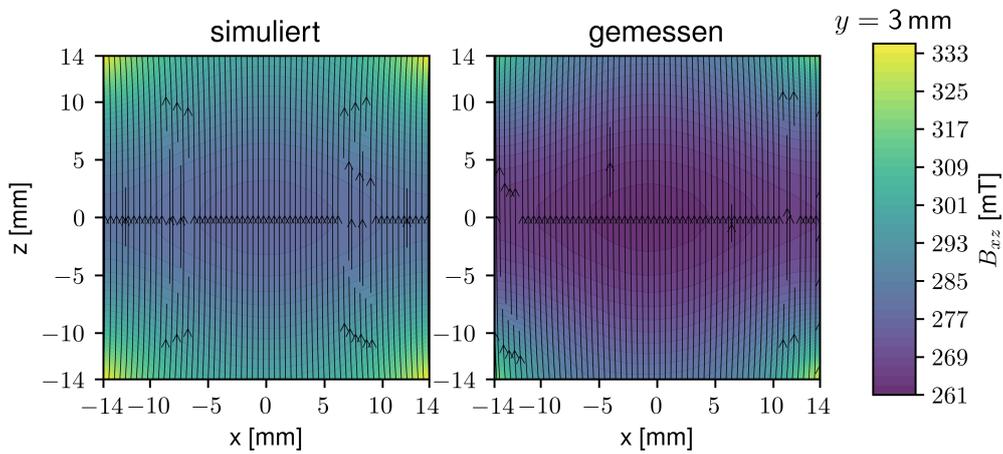


Abbildung 34 Flussdichte B_{xz} im x - z -Schnitt von dem SNS-Halbach bei $y = 3$ mm

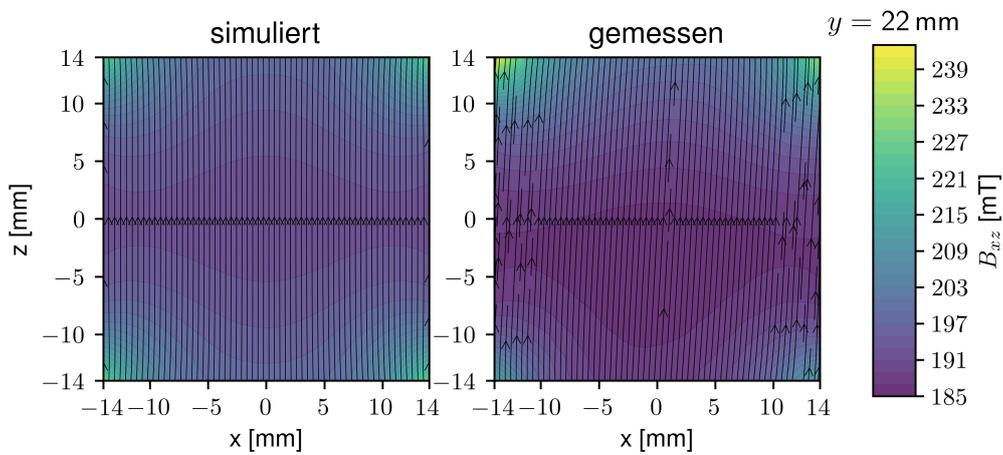


Abbildung 35 Flussdichte B_{xz} im x - z -Schnitt von dem SNS-Halbach bei $y = 22$ mm